Early Journal Content on JSTOR, Free to Anyone in the World

This article is one of nearly 500,000 scholarly works digitized and made freely available to everyone in the world by JSTOR.

Known as the Early Journal Content, this set of works include research articles, news, letters, and other writings published in more than 200 of the oldest leading academic journals. The works date from the mid-seventeenth to the early twentieth centuries.

We encourage people to read and share the Early Journal Content openly and to tell others that this resource exists. People may post this content online or redistribute in any way for non-commercial purposes.

Read more about Early Journal Content at http://about.jstor.org/participate-jstor/individuals/early-journal-content.

JSTOR is a digital library of academic journals, books, and primary source objects. JSTOR helps people discover, use, and build upon a wide range of content through a powerful research and teaching platform, and preserves this content for future generations. JSTOR is part of ITHAKA, a not-for-profit organization that also includes Ithaka S+R and Portico. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

II.

Ueber die richtige Berechnungsweiſe des Interuſuriums und über das im Großherzogthum Baden hierüber nach §. 838 der Proceßordnung beſtehende Geſetz.

Von

Herrn Dr. **L. Oettinger,**

Großh. Bad. Hofrathe und Profeſſor der Mathematik an der Univerſität zu Freiburg i. B.

---

§. 1.

Die richtige Berechnungsweiſe des Interuſuriums iſt ſchon ſo oft beſprochen und ſo vielſeitig von ausgezeichneten Rechtsgelehrten und Mathematikern beleuchtet worden, daß es vielleicht auf den erſten Blick auffallen dürfte, wenn dieſer Gegenſtand wiederholt hier zur Sprache gebracht wird. Durchgeht man aber die hierher gehörige, ſehr reichhaltige Literatur, ſo belebt ſich nicht nur das Intereſſe für dieſen praktiſch wichtigen Gegenſtand, ſondern man gewinnt zugleich die Ueberzeugung, daß die Verhandlungen hierüber noch keineswegs geſchloſſen ſind und die Streifrage, welche nun ſchon über ein Jahrhundert mit allen Waffen des Scharfſinnes und der Gelehrſamkeit rege gehalten wird, noch keineswegs entſchieden iſt. Eine wiederholte Unterſuchung dieſer Streitfrage dürfte daher weder als verſpätet, noch als überflüſſig, ſondern als ſachgemäß erſcheinen, beſonders wenn es möglich ſein ſollte, auf ſolche Momente hinzuweiſen, die geeignet ſein dürften, die ſo viel beſprochene Streitfrage einer endlichen Entſcheidung zuzuführen.

Ich verhehle mir die schwierige Stellung durchaus nicht, in welche ich mich durch diese Behauptung versetze und die gegen mögliche Einwendungen zu vertreten ich sofort übernehme, und daß vielleicht gerade diese Behauptung von vornen herein mit Mißtrauen, nach so vielen und gründlichen Erörterungen, aufgenommen werden möchte. Denn so spricht überhaupt jeder, der von der Richtigkeit einer Ansicht durchdrungen, und die Gründe zu ihrer Unterstützung vorzulegen im Begriffe ist, dabei aber gar leicht die Gebrechen, woran sie leidet, übersieht. Dieß Mißtrauen wird aber, wie ich glaube, schwinden, wenn man die Momente, welche, wenn nicht ausschließlich, doch größtentheils der Mathematik angehören und gleich dieser auf einer sehr einfachen und kunstlosen Basis ruhen und hier entwickelt werden sollen, einer ruhigen Prüfung würdigt.

Hiedurch ist zugleich der Standpunkt bezeichnet, von dem diese Abhandlung ausgeht, und von dem aus sie zu betrachten sein wird. Er ist, wie sich zeigen wird, wesentlich von dem Standpunkte verschieden, von welchem diejenigen ausgingen, welche diesen Gegenstand bisher behandelten und deren Schriften mir zugänglich waren, wie sich aus folgenden Nachweisungen noch näher zeigen wird.

Im Jahre 1683 erschien in den Acta Eruditorum p. 425 eine hierher gehörige kleine Abhandlung von Leibnitz unter dem Titel: Meditatio juridico mathematica de interusurio simplice, die er mit der Bemerkung eröffnet, daß der Werth (Quantitas) des Interusuriums sich durch eine genaue Rechnung bestimmen lasse (accurato calculo definiri potest) und gibt dann seine Methode an.

Im Jahre 1704 erschien Carpzow's Werk (Opus Decisionum illustrium Saxonicarum. Lips.), worin (Dec. 275. p. 597.) die Pinckard'sche Methode, das Interusurium zu berechnen, mitgetheilt ist.

Im Jahre 1731 erschien eine Schrift von G. A. Hoffmann unter dem Titel: Klugheit Haus zu halten,

oder Prudentia oeconomica nebſt einem Anhang vom Interusurium. Leipzig.

Mit der Aufſtellung dieſer drei Methoden, deren Inhalt ſpäter genauer angegeben und zu denen noch eine vierte zugefügt werden wird, war die Streitfrage eröffnet und blieb bis jetzt unentſchieden, ungeachtet ſie oft in ihr beſonders gewidmeten Schriften, oder auch gelegentlich in andern allgemeinern Werken Gegenſtand der Beſprechung war.

Vergleicht man nämlich die Reſultate untereinander, worauf die genannten Methoden bei der Anwendung auf beſondere Fälle führen, ſo weicht das durch die Carpzov'ſche Methode erhaltene Reſultat ſchon im erſten Jahre von demjenigen ab, wozu die beiden andern führen. Vom zweiten Jahre an weichen die durch die beiden andern Methoden erhaltenen Reſultate gleichfalls von einander und um ſo ſtärker ab, je größer die Zahl der Jahre und die Summe iſt, um deren Ermittlung es ſich handelt. Der Unterſchied in den erhaltenen Reſultaten muß natürlich Jeden, den Mathematiker und Nicht-Mathematiker, befremden, denn es iſt die erſte Forderung einer richtigen Logik, daß die Auflöſung eines und deſſelben Problems, auch wenn ſie durch verſchiedene Methoden gewonnen wird, unter allen Umſtänden auf ein und daſſelbe Reſultat führen müſſe. Geſchieht dies nicht und entſtehen verſchiedene Reſultate, ſo knüpft ſich aus dem nämlichen Grunde hieran die weitere Forderung, daß man unterſuche, welche von beiden Methoden ein richtiges Reſultat verbürgt. Die Entſcheidung dieſer Frage kann aber einzig und allein Gegenſtand der Mathematik ſein, und daher iſt die Erledigung der vorliegenden Streitfrage, nach meiner Anſicht, nur durch eine bündige mathematiſche Entwicklung zu gewinnen.

Die eben gemachten Bemerkungen dürften ſo einfach und aus der Natur der Sache genommen ſein, daß ihnen wohl keine gegründete Einwendungen entgegen geſtellt werden möchten. So einfach ſie nun erſcheinen, ſo wurden ſie bis jetzt doch nicht hervorgehoben und als Führer bei

der Unterſuchung benutzt. In ihrer Nicht-Beachtung ſcheint auch der Grund zu liegen, daß man ſich in der vorliegenden Streitfrage bisher nicht einigen konnte. Gelingt es nämlich, durch mathematiſche Gründe nachzuweiſen, daß zwei von den vorgeſchlagenen Methoden falſch ſind, und alſo auf ein unrichtiges Reſultat führen, ſo fallen ſie aus der Concurrenz weg, und es bleibt nur noch die dritte zur weitern Prüfung übrig, denn es iſt hiedurch vorerſt nur ein negativer Beweis für die Richtigkeit der übrig bleibenden, dritten Methode geliefert. Gelingt es aber auch zu zeigen, daß die dritte Methode allein ein richtiges Reſultat verbürgt, ſo ergibt ſich ſofort der noch nöthige directe oder poſitive Beweis, um ſie gegen etwaige Zweifel oder Einwendungen zu ſchützen und es iſt dann der Beweis vollſtändig geführt.

Soll nun die Mathematik leiſten, was ſie zu leiſten hat, ſo muß ſie die vorliegende Aufgabe zu löſen im Stande ſein, oder ſie verdient den Vorzug nicht, der ihr bisher ohne Widerſpruch zuerkannt wurde und wornach ſie keine Controverſe auf ihrem Gebiete duldet. Betrachtet man nun die Frage von dieſem Standpunkte aus, ſo wird vor Allem die Entſcheidung der Frage aus innern Gründen gefordert. Dieß ſoll in der folgenden Unterſuchung geſchehen.

Weder Leibnitz, noch Pinckard oder Carpzov, noch Hoffmann gingen bei Beantwortung der vorliegenden Frage und Aufſtellung ihrer Methoden von dieſen Grundſätzen aus. Jeder ſtellte ſeine Methode auf, ohne der nothwendig damit verbundenen Forderung eines Beweiſes für ihre Richtigkeit zu genügen, überſah alſo die erſte Bedingung für die Feſtſtellung eines Satzes und beſchränkte ſich höchſtens darauf, einige Gründe gegen die Richtigkeit der übrigen Methoden hervorzuheben. Hätte der eine, oder der andere die nöthigen Nachweiſungen gegeben, ſo wäre die Streitfrage gewiß ſchon entſchieden. Dadurch, daß dies nicht geſchah, und daß man die unabweisliche Forderung einer Beweisführung überſah, wurde die Entſcheidung der Frage auf einen ihrer Natur ganz fremden Boden verſetzt.

Man ſuchte, in Ermanglung innerer Gründe, äuſſere für ihre Entſcheidung auf und ſo wurde ſie, wie ihre Geſchichte zeigt, gegen ihre Natur zu einer Controverſe.

Durch dieſe Bemerkungen iſt nun genau der Standpunkt bezeichnet, von dem aus die angeregte Frage ihre Beantwortung finden ſoll. Sie fällt hiernach der Mathematik anheim. Vindicirt man ſie nun dieſer Wiſſenſchaft, ſo tritt auch zugleich Widerſpruch hiegegen auf.

F. Zachariä weiſ't nämlich p. 1. ſeiner Schrift [1]) die Mathematik „als auf reiner Anſchauung beruhend" und weil „mathematiſche Denker, gleich jenen Metaphyſikern, welche die reinen Ergebniſſe ihrer Speculation in ein für dieſelben gar nicht geeignetes Staatsleben einführen wollen, die Beſtimmungen unſerer Geſetze ſo gänzlich unberückſicht gelaſſen und ihre unter gewiſſen willkührlich angenommenen Bedingungen mathematiſch richtiger Reſultate den poſitiven Vorſchriften des Rechts ſubſtituirt haben" als nicht ſtimmfähig zurück, da hier „unter gegebenen poſitiven Verhältniſſen" geurtheilt werden müſſe. Hierauf wird am gehörigen Orte ſpäter Rückſicht genommen werden.

§. 2.

Zuerſt iſt der Begriff von Interuſurium feſtzuſtellen.

Unter Interuſurium verſtehen die Rechtsgelehrten insgemein diejenige Summe, um welche eine unverzinsliche, künftig fällige Schuld gegenwärtig weniger werth iſt, als zu der Zeit, zu welcher ſie ausgezahlt werden ſoll; oder den Ueberſchuß einer unverzinslichen, künftig fälligen Schuld über ihren gegenwärtigen Werth. So beſtimmen dieſen Begriff Thibaut [1]), v. Vangerow [2]), Fritz [3]), F. Zachariä [4]) ꝛc.

1) Ueber die richtige Berechnungsart des Interuſurii nach Grundſätzen d. Rechts v. Dr. Ferd. Zachariä. Greifswald 1841.
1) Syſtem des Pandecten-Rechts. 1. Bd. §. 202.
2) Lehrbuch der Pandecten. 3. Bd. §. 587. Anm. III. p. 181.
3) Erläuterungen, Zuſätze u. Berichtigungen zu v. Wening-Ingenheim's Lehrb. des gemeinen Civilrechts. 3. Heft. p. 128.
4) §. 1. p. 2. in der im vorigen §. angeführten Schrift.

Sie Sache wird sich jedoch anders stellen, wenn man die Quellen befragt. Um dies zu zeigen, gehen wir von der Betrachtung des nachstehenden besondern Falles aus.

Jemand (Schuldner) soll nach Verfluß von einiger Zeit eine Summe an einen zweiten (Gläubiger) zahlen, ohne daß er unterdessen Zinsen oder eine Abgabe für die Nutznießung an letztern zu entrichten hat. Die erst später fällig werdende Summe soll entweder aus Uebereinkunft zwischen beiden, oder weil der Schuldner aus irgend einem Rechtsgrunde dazu gezwungen werden kann, sogleich verabfolgt werden. Es fragt sich, ob der Schuldner dafür, daß er die später fällig werdende Summe sogleich vorauszahlt, eine Entschädigung anzusprechen hat, oder ob er dieselbe sogleich ohne Vergütung abgeben muß?

Daß in dem vorliegenden Falle eine Vergütung von dem Schuldner angesprochen werden kann, ist leicht begreiflich, denn die erst später fällig werdende Summe kann von ihm bis zum Zeitpunkte der Zahlung benutzt werden. Der Vortheil, welchen er aus ihr in der Zwischenzeit ziehen kann, ginge für ihn verloren und er käme offenbar in Schaden, wenn er die volle Summe sogleich auszuzahlen gezwungen würde. Es muß ihm daher eine Vergütung oder Abzug im Falle einer Vorausbezahlung zugestanden werden. Dieser Abzug (auch Rabatt genannt) fällt sofort mit Interusurium zusammen. Untersucht man aber den Inhalt des vorliegenden Falles genauer und faßt die Beziehungen, worin Schuldner und Gläubiger (oder auch was dasselbe ist Nutznießer und Eigenthümer) zu dem Objecte stehen, näher ins Auge, so lassen sich folgende hervorheben:

1) Wirklicher Werth des Genusses oder Vortheils, welchen der Schuldner aus einer Summe während der Zeit des Besitzes oder der Nutznießung gewinnen kann.

2) Gegenwärtiger Werth dieses Vortheils.

3) Wirklicher Werth einer unverzinslichen, später fällig werdenden Summe.

4) Gegenwärtiger Werth derselben.

Der Zusammenhang zwischen den in 1 u. 2, 3 u. 4 angegebenen Begriffen liegt einfach vor. Zahlt nämlich der Schuldner die schuldige Summe nicht vor dem festgesetzten Zeitpunkt, so kann er dieselbe in der Zwischenzeit benutzen und genießt den Vortheil, so wie er sich im Laufe der Zeit ergibt, wirklich (Nro. 1). Von der Größe dieses Vortheils wird die anzusprechende Vergütung im Falle einer Vorausbezahlung abhängen (Nro. 2). Zahlt der Schuldner auf den festgesetzten Zeitpunkt, so kömmt der Gläubiger in den Besitz der ganzen Schuld (Nro. 3). Gelangt aber der Gläubiger nicht sogleich, sondern erst später in den Besitz einer Summe, so kann die später fällig werdende Summe auch nicht den nämlichen Werth für ihn haben, welchen eine gegenwärtig fällige, gleich große und sogleich verwendbare Summe hat, sondern einen geringern. Dieser Werth wird sich im Verhältniß zu der Zeit, nach welcher die Summe fällig wird und während welcher die Nutznießung dem Schuldner gestattet ist, ermäßigen. Hierauf beruht der in 4 angeführte Begriff.

Weniger hervortretend ist der Zusammenhang, welcher zwischen den in 1 u. 3, 2 u. 4 aufgestellten Begriffen herrscht. Diese stehen sich einerseits gegenüber, indem sie die Ansprüche des Schuldners und Gläubigers auf eine und dieselbe Sache bezeichnen; andererseits hangen sie in so weit untereinander zusammen, daß sie sich gegenseitig ergänzen. Namentlich sind die in 2, 3 u. 4 aufgestellten Begriffe so untereinander verbunden, daß 2 u. 4 zusammen den Inhalt von 3 erzeugen. Da es vorerst nicht nöthig wird, diesen Zusammenhang nachzuweisen, so soll dies später geschehen.

Die in 1 — 4 angegebenen Begriffe finden sich im römischen Rechte vor, wie sich durch eine Vergleichung der hieher gehörigen Stellen nachweisen läßt, die zu dem Ende hier stehen sollen. Der unter 1 aufgestellte Begriff (wirklicher Werth des Genusses oder Vortheils) führt den Namen

commodum temporis (Ulpian. Dig. 24, 3. [d. solut. matrim.] L. 24, §. 2.)[5]; medii temporis commodum (Paulus. Dig. 35, 2. [ad Leg. Falc.] L. 45, pr.)[6]; interusurium temporis (Ulpian. Dig. 35, 2. [a. Leg. Falc.] L. 66, pr.)[7]; interusurium medii temporis (Ulpian. Dig. 15, 1. [d. pecul.] L. 9. §. 8.)[8]. Hiernach bedeutet interusurium temporis und commodum temporis das Gleiche und es zeigt ſich deutlich, daß unter interusurium nichts anderes, als der wirkliche Werth des Vortheils zu verſtehen iſt, den der Schuldner während der Nutznießung ziehen kann.

Die in 2 u. 4 aufgeſtellten Begriffe haben den Namen commodum in repraesentatione. Dieſe Benennung kommt vor Dig. 42, 8. (q. i. fraud. cred.) L. 10, §. 12.

5) Quoties mulieri satisdandum est de solutione dotis post certum tempus. si maritus satisdare non possit, tunc, deducto commodo temporis, condemnatio residui repraesentatur: sed si, cum maritus satisdare posset, nollet, in solidum eum condemnandum Mela ait, non habita ratione commodi temporis.

6) In Lege Falcidia non habetur pro puro, quod in diem relictum est; medii enim temporis commodum computatur.

7) Circa Legem Falcidiam, in eo, quod sub conditione, vel in diem alicui relictum est, hoc observandum est: si decem sub conditione alicui fuerint relicta, eaque conditio post decennium forte extiterit; non videntur decem huic legata, sed minus decem; quia intervallum temporis et interusurium hujus spatii minorem facit quantitatem decem.

8) Item deduceter de peculio, si quid dominus servi nomine obligatus est, aut praestitit obligatus; item, si quid ei creditum est jussu domini, nam hoc deducendum, Julianus lib. 12. Digestorum scribit. Sed hoc ita demum verum puto, si non in rem domini, vel patris, quod acceptum est, pervenit; alioquin secum debebit compensare. Sed et si pro servo fide jusserit, deducendem Julianus lib. 12. Digestorum scribit. Marcellus autem in utroque, si nondum quicquam domino absit, melius esse ait, praestare creditori, ut caveat (ille), refusurum se, si quid praestiterit dominus hoc nomine conventus, quam ab initio deduci; ut medii temporis interusurium magis creditor consequatur.

(Ulpian) [9]). Der Begriff ſelbſt wird aber auch in der 6. und 7. Anmerkung angedeutet und ferner noch Dig. 42, 8. L. 17. §. 2 [10]). Eigentlich bezieht ſich dieſer Begriff auf 4. Dort nur findet er ſeine Anwendung, denn im Falle einer Vorauszahlung kann der Schuldner nur auf dieſem Wege in einem Abzuge ſeine Entſchädigung finden. Er fällt aber auch in ſoweit mit 2 zuſammen, als dieſer Abzug durch den Vortheil, welchen er im Verlaufe der Zeit genießen würde, bedingt iſt und bedingt ſein muß, und daher dem gegenwärtigen Werthe des von ihm künftig zu genießenden Vortheils gleich kommen muß.

Für den in 3 aufgeſtellten Begriff findet ſich kein beſonderer Name vor.

Hieraus zeigt ſich, daß man gegenwärtig unter Interuſurium etwas ganz anderes verſteht, als die Römer darunter verſtanden, denn man bezeichnet durch dieſes Wort den gegenwärtigen Werth des Vortheils, welchen der Schuldner im Falle einer Vorausbezahlung anzuſprechen und in Rechnung zu bringen hat, während die Römer durch daſſelbe den wirklichen Werth dieſes Vortheils bezeichneten. Die gegenwärtige Bedeutung von Interuſurium fällt daher mit dem commodum in repraesentatione der Römer zuſammen. Da ſich aber dieſer Begriff in der veränderten Bedeutung feſtgeſtellt hat, ſo wird er auch hier in derſelben beibehalten werden.

---

9) Si cum in diem (mihi) deberetur, fraudator praesens solverit, dicendum erit, (quod) in eo, quod sensi commodum in repraesentatione, in factum actioni locum fore, nam Praetor fraudem intelligit etiam in tempore fieri.

10) Si vir uxori, cum creditores suos fraudare vellet, soluto matrimonio praesentem dotem reddidisset, quam statuto tempore reddere debuit; hac actione mulier tantum praestabit, quanti creditorum intererat, dotem suo tempore reddi; nam Praetor fraudem etiam in tempore fieri intelligit.

§. 3.

Wir wenden uns nun zur Darſtellung der verſchiedenen Arten, das Interuſurium zu berechnen.

Es wäre gewiß von Intereſſe, genaue Nachweiſungen zu haben, wie die Römer bei Berechnung des Interuſuriums verfuhren. Dieſe fehlen aber leider. Es geht wohl aus den im vorigen §. angeführten Stellen hervor, daß ein Abzug gemacht wurde, aber nirgends iſt die Art bezeichnet, wie ſeine Größe in vorkommendem Falle ermittelt werden ſoll. Nun liegen zwar einige Stellen vor, welche hierher gehören, oder hierher bezogen werden können. Aus ihnen läßt ſich aber nichts mit Sicherheit folgern. Schrader hat die hierher bezüglichen Stellen ausführlich behandelt [1]). Er gelangt jedoch zu Schlüſſen, denen man nicht geradezu beipflichten kann, wie ſich im Folgenden zeigen wird. Die hierher bezüglichen Stellen finden ſich Dig. 35, 2. (ad Leg. Falc.) L. 88. §. 3.[2]) ibid. L. 3. §. 2[3]). Sie ſind in die Anmerkungen aufgenommen, weil die Mittheilung des Textes nöthig iſt.

1) Schrader civiliſtiſche Abhandlungen: das Interuſurium iſt nach Hoffmann'ſchen, nicht nach Leibnitz'ſchen Grundſätzen zu berechnen. §. 3 u. f. p. 151 u. ff.

2) Qui ducenta in bonis relinquebat, legavit mihi centum praesenti die; tibi aeque centum sub conditione. Post aliquantum temporis extitit conditio, ita tamen, ut ex reditu summae, quae tibi relicta est, non amplius, quam viginti quinque reciperet. Legis Falcidiae ratio ita habenda erit heredi, ut viginti quinque conferre ei debeamus et amplius fructus quinquaginta medii temporis, qui (verbi gratia) efficient quinque. Cum igitur triginta sint conferenda, quidam putant, quina dena ab utroque nostrum conferenda esse, quod minime verum est. Licet enim eandem quantitatem acceperimus, manifestum tamen est, aliquanto uberius esse meum legatum. Quare statuendum erit, tanto minus in tuo legato esse, quantum ex fructibus ejus heres percepit. Secundum quod in proposita specie computationem ita iniri oportet, ut ex septem partibus ego quatuor, tu tres conferamus; quoniam quidem quarta pars amplius in meo, quam in tuo legato est.

3) Item si Reipublicae in annos singulos legatum sit; dum de Lege Falcidia quaeratur, Marcellus putat, tantum videri legatum,

Der erste von Africanus angeführte Fall ist folgender: Jemand hinterließ 200 und vermachte an A sogleich zahlbare 100; an B 100, deren Auszahlung an irgend eine Bedingung geknüpft war. Ehe die Bedingung in Erfüllung ging, hatte der Erbe 25 gezogen. Er verlangt nun, um die ihm nach dem falcidischen Gesetze gebührende Quart vollständig zu erhalten, noch 25 und ausserdem noch die von der Quart ihm zustehenden Zinsen mit 5, im Ganzen also 30. Nach Afrikan's Rechnung sollen nun diese 30 so von A und B erhoben werden, daß beide in dem Verhältnisse von $100:100-25 = 100:75 = 4:3$ beitragen, daß also A $^4/_7$ und B $^3/_7$ an der Forderung zu zahlen hat. Den Grund für die Anwendung dieser Rechnung findet Afrikanus darin, daß das Legat von A besser ist als das von B.

Man erkennt nun leicht, daß der angeführte Fall gar nicht hierher gehört, denn es handelt sich nicht um die Bestimmung des gegenwärtigen Werthes einer später fällig werdenden Summe, wie es bei dem Interusurium der Fall ist. Die Bedingung, an welche die Auszahlung geknüpft war, ist bereits in Erfüllung gegangen. Es muß daher auch ihr wirklicher Werth in Betrachtung kommen. Unter diesen Verhältnissen sollen nun die Ansprüche des Erben befriedigt und die Beiträge der Legatare bestimmt werden. Ueber die Bestimmung der letztern herrschten nach dem Inhalte der angeführten Stelle unter den Rechtsgelehrten verschiedene Ansichten. Einige waren der Meinung, daß beide gleich beizutragen haben. Diese Ansicht bekämpft Afrikan und mit Recht. Die Ansicht der Gegner Afrikans kann nur darin ihren Grund haben, daß sie den Werth der Legate zur Zeit des Eintrittes der Bedingung als maßgebend und daher für gleich groß annahmen, den bisher daraus gezogenen Nutzen aber nicht in Rechnung brachten. Auf diesen Fehler macht African ganz richtig aufmerksam, und verlangt daß die Le-

---

quantum sufficiat sorti ad usuras trientes (d. i. 4 Proc.) ejus summae, quae legata est, colligendas.

gatare nicht zu gleichen Beiträgen angezogen werden können, weil ihre Legate nicht gleichen Werth im Allgemeinen haben und gibt die hierauf gegründete Berechnungsweise an. Er legt dabei jedoch nicht den wirklichen Werth, wozu das Legat in der Zwischenzeit erwachsen war, zu Grunde, sondern verkleinert den wirklichen Werth des Legats von B, um eine Werthverschiedenheit hervorzubringen. Warum er dies thut und warum er nicht, wie er hätte thun sollen, von dem vollen Werth dieses Legates bei seiner Rechnung ausgeht, und hiernach den Werth des Legats von A den er ganz richtig für größer hält (aliquanta uberius esse) bestimmt, und warum er nachher zu der falschen Schlußfolge (tanto minus etc.) kommt, ist in der That nicht abzusehen.

Nach diesen Bemerkungen dürfte folgende Behauptung gerechtfertigt sein:

a. Afrikanus hat den vorliegenden Fall, wenn auch unrichtig, doch richtiger beurtheilt als seine Zeitgenossen.

b. Von der Berechnung des Interusuriums in der Bedeutung, welche gegenwärtig diesem Worte nach §. 2. beigelegt wird, ist hier gar nicht die Rede. Die vorliegende Stelle kann also bei Entscheidung der Frage: wie bei den Römern das Interusurium berechnet wurde? nicht als maßgebend angeführt werden.

Es ist jedoch gedenkbar, ja sogar wahrscheinlich, daß das Interusurium nach der Carpzov'schen Methode, also so berechnet wurde, daß der volle Werth des zu beziehenden Vortheils in Abzug kam. Es ist daher auch möglich, daß Afrikanus, hiervon ausgehend, diese Rechnungsweise auf den vorliegenden Fall angewendet hat. Mehr als eine Vermuthung über diese Rechnungsmethode kann aber in der That dieser Stelle nicht entnommen werden. Wenn daher Schrader in der angeführten Abhandlung p. 154 behauptet: „So viel wird hiernach keinem Zweifel unterworfen sein, daß Afrikanus an dieser Stelle auf das Bestimmteste nach den Grundsätzen gerechnet hat, welche wir jetzt die Carpzov'sche

zu nennen pflegen," so möchte diese Behauptung nicht hinlänglich gerechtfertigt erscheinen.

§. 4.

In der zweiten oben angeführte Stelle, welche hieher zu beziehen ist, handelt es sich um die Werthbestimmung einer immer dauernden Rente. Die dabei anzuwendende Methode ist zwar nicht direct angegeben, aber der Inhalt ist so fixirt, daß über erstere kein Zweifel obwalten kann. Die Rente soll nämlich bei 4 Procent kapitalisirt, also einem Kapitale gleich gesetzt werden, welches bei vierprocentiger Verzinsung die fragliche Rente hervorbringt. Ein einfacher Regeldetri-Ansatz wird diese Frage beantworten und man hat so zu schließen: Wie jährliche 4 aus 100 gewonnen werden, so wird die gegebene Rente aus dem gesuchten Kapitale gewonnen, oder: das gesuchte Kapital muß das eben so Vielfache von der gegebenen Rente sein, als 100 von dem gegebenen Zinsfuße (hier 4) ist. Nennt man die Rente R, das gesuchte Kapital K, so ist in dem vorliegenden Falle

$$K = R \frac{100}{4} = 25\ R.$$

Das gesuchte Kapital muß also das 25fache der gegebenen Rente sein.

Ausser der eben angegebenen, ganz einfachen Methode, eine immerwährende Rente zu kapitalisiren, gibt es noch eine zweite, die jedoch viel zusammengesetzter, aber eben so richtig ist. Sie beruht auf der Rechnung mit Zinseszinsen und besteht darin, daß man den Werth jeder einzelnen Jahresrente auf den gegenwärtigen zurückführt und alle so erhaltenen Resultate zusammen zählt. Obgleich diese Methode auf der Ausführung eines ins Unendliche fortzuführenden, also eigentlich eines nie zu beendigenden, Geschäftes beruht und deswegen auf eine aus unendlich vielen Werthen bestehende Summe hinweist, so führt sie doch auf einen endlichen Ausdruck, welcher mit dem oben angeführten zusammenfällt. Da die Entwicklung der hierher gehörigen Formel zu weit führen

würde, so verweise ich ihrer Begründung wegen auf mein Werk und gebe die hierher gehörige Formel in der Anmerkung an [1]).

Nach diesen Bemerkungen kann nun die Frage näher untersucht werden: Welches ist die Methode, auf deren Anwendung bei den Römern aus der angeführten Stelle geschlossen werden kann? Die Carpzov'sche, die Hoffmann'sche oder die Leibnitz'sche? Denn hier liegt ein Fall vor, welcher offenbar zur Interusurien-Rechnung gehört. Wendet man in dem vorliegenden Falle die Carpzov'sche

1) Man sehe wegen Entwicklung dieser Formel meine Anleitung zu finanziellen, politischen und juridischen Rechnungen. Ein Handbuch für Staatsmänner, Cameralisten, Juristen ꝛc. Braunschweig 1845.

Die Formel selbst ist, wenn R die Rente, p den Zinsfuß, n die Zahl der Jahre, nach deren Verfluß die Rente fällig ist, K den gegenwärtigen Werth des Kapitals bedeutet, welches die Rente hervorbringen soll

$$K = \frac{R \cdot 100}{p}\left(1 - \frac{100^n}{(100+p)^n}\right)$$

Diese Formel läßt sich auch so darstellen, wenn man Decimalbrüche benutzt

$$K = \frac{R}{0,op}\left(1 - \frac{1}{1,op^n}\right) = \frac{R}{0,op} - \frac{R}{0,op \cdot 1,op^n}$$

Diese Formel ist in sofern sehr allgemein, als sie den gegenwärtigen Werth einer Rente bestimmen lehrt, welche innerhalb eines jeden beliebigen Zeitraums fällig ist. Sie muß daher für alle mögliche Werthe für n gelten, also auch dann noch, wenn n unendlich groß, oder nie aufhörend, angenommen wird, was bei einer ewigen Rente der Fall ist. Setzt man nun n unendlich groß, so geht der Werth von

$$\frac{1}{1,op^n} \text{ oder } \frac{100^n}{(100+p)^n}$$

bekanntlich in o über, und man erhält also aus der vorstehenden Formel:

$$K = \frac{R}{0,op} = \frac{R \cdot 100}{p.}$$

Dieß ist der oben angeführte Ausdruck, wie behauptet wurde. Man hat zu dem Ende 4 statt p zu setzen.

Methode an, so muß man den wirklichen Werth aller im Laufe der Zeit fällig werdenden Renten-Beträge bestimmen und ihn in Abzug bringen. Da die Rente nicht aufhört, so wird ihr Werth den des fraglichen Kapitals nicht nur bald übersteigen, sondern sogar unendlich groß werden. Man hätte hiernach einen unendlich großen Werth von einem endlichen abzuziehen. Dieß führt auf eine Unmöglichkeit. Die Carpzov'sche Methode weis't daher im vorliegenden Falle auf eine Absurdität und kann hier keine Anwendung finden.

Wollte man in dem vorliegenden Falle die Hoffmann'sche Methode in Anwendung bringen, so läge, wenn man folgerichtig verfährt, folgende Aufgabe vor: Man soll den gegenwärtigen Werth eines Kapitals bestimmen, das nach unendlich vielen Jahren (d. h. nie) fällig wird und bei einfachen Zinsen zu der Summe (K) erwächst, welche jährlich eine bestimmte Rente (R) einträgt. Dieser Werth ist o [2]). Hieraus folgt nun ganz richtig, daß ein Kapital, das nach unendlich vielen Jahren (d. h. nie) in den Besitz einer Person kommen wird, für diese keinen Werth hat. Die Frage aber, zu welchem Werthe eine ewige Rente kapitalisirt werden müsse, bleibt unbeantwortet. Um sie dennoch nach dieser Methode zu beantworten, gibt es kein anderes Mittel, als die von ihr angegebene Formel auf jede Jahrrente anzuwen-

---

2) Wendet man nämlich die nach der Hoffmann'schen Methode gültige Formel

$$x = \frac{K \cdot 100}{100 + np}$$

an, die sich §. 6. entwickelt findet, und worin K das später fällig werdende Kapital, n die Zahl der Jahre, nach deren Verfluß es fällig wird, p den Zinsfuß und x den gegenwärtigen Werth des Kapitals bedeutet, so hat man n unendlich groß zu setzen. Geschieht dies, so wird bekanntlich

$$x = \frac{K \cdot 100}{100 + \infty \cdot p} = 0,$$

und der gegenwärtige Werth des Kapitals ist o.

den, den jeder entsprechenden gegenwärtigen Werth zu bestimmen, und die Werthe aller so entstandenen unendlich vielen Glieder zusammen zu zählen. Gieschieht dies, so gelangt man auf eine Formel, deren Entwicklung hier zu weit führen würde und die sich in meiner Anleitung §. 13. p. 19 vorfindet. Wendet man sie auf den vorliegenden Fall an, so ergibt sich ein unendlich großer Werth für eine ewige Rente. Die Hoffmann'sche Methode führt daher, wie die Carpzov'sche, im vorliegenden Falle auf eine Absurdität und kann daher hier keine Anwendung finden.

Die Leibnitz'sche Methode führt, wie aus der Anmerkung 1 hervorgeht, auf ein richtiges Resultat und ist daher auf den vorliegenden Fall anwendbar.

Nach den hier gegebenen Nachweisungen wird die Behauptung gerechtfertigt erscheinen, daß auf den vorliegenden Fall weder die Carpzov'sche, noch die Hoffmann'sche, sondern nur die Leibnitz'sche Methode angewendet werden könne.

Schrader kommt in der angeführten Abhandlung p. 160 theilweise zu dem nämlichen Schlusse, daß nämlich die Entscheidung des Gesetzes auf keine Weise mit den Carpzov'schen Grundsätzen in Uebereinstimmung zu bringen sei. Seine weitere Behauptung, daß „hingegen mit der Hoffmann'schen und Leibnitz'schen (Grundsätzen), welche, richtig gerechnet, hier ein gleiches Resultat geben, die völligste Uebereinstimmung vorhanden" sei, möchte schwer zu rechtfertigen sein. Schrader kannte die Unbrauchbarkeit der Hoffmann'schen Methode zu Ermittlung des Werthes einer ewigen Rente ganz gut, wie sich aus der Anmerkung zu p. 162 seiner Abhandlung ergibt, und deswegen wird seine Behauptung um so weniger erklärlich.

Faßt man nun das Gesagte zusammen, so kommt man zu dem oben angeführten Resultat, daß aus den vorliegenden Stellen nicht mit Sicherheit über die Methode geschlossen werden könne, welche bei den Römern zur Ermittlung des Interusuriums angewendet wurde.

Die zweite hier erörterte Stelle bietet die Eigenthümlichkeit, daß die Leibnitz'sche Methode, gerade diejenige, deren Entwicklung die schwierigere ist, und deren Anwendung am meisten von den Rechtsgelehrten bestritten wurde, als zulaßbar erscheint. Wollte man sie jedoch darauf hin als diejenige bezeichnen, welche bei den Römern in Anwendung kam, so wäre dies eine sehr unrichtige Annahme, denn daraus, daß ein und dasselbe Resultat auf zwei verschiedene Methoden gefunden werden kann, folgt nicht, daß es auch immer durch dieselben gefunden wurde, namentlich dann nicht, wenn die eine Methode ganz nahe liegt und die andere Folge einer längern Schlußreihe und größerer wissenschaftlicher Fortschritte, wie hier, ist.

Ist es mir vergönnt, meine Ansicht in der angeregten Frage auszusprechen, so scheint es ganz wahrscheinlich, daß bei den Römern die Carpzov'sche Methode bei Berechnung des Interusuriums in Anwendung kam, obgleich aus den in §. 3. angeführten Stellen hierüber nichts mit Sicherheit gefolgert werden kann.

Die oben in der 5ten Anmerkung zu §. 3. angegebene Stelle scheint das Gesagte mit ganz klaren Worten zu bestätigen. Sollte aber dennoch der Inhalt dieser Stelle nicht als ein genügender Beweis angesehen werden, so fügen wir hierüber folgende Bemerkungen bei.

Die Gründe, welche diese Ansicht rechtfertigen dürften, liegen in der Natur der Sache. Alle Notizen nämlich, welche uns über die Kenntnisse der Römer in der Mathematik aus den noch vorhandenen Werken zugekommen sind, zeigen, daß ihre Begriffe in dieser Wissenschaft ganz nieder standen und sich nur auf das Nothdürftigste erstreckten. Ohne daher die schuldige Achtung gegen das Alterthum zu verletzen, kann man die Fortschritte der Römer hierin auf das Minimum setzen. Man darf daher bei Entscheidung der Fragen, welche von Kenntnissen in dieser Wissenschaft abhängen, nur von dem Gewöhnlichsten ausgehen, und wird sofort am wenigsten von der Wahrheit abirren, wenn

man bei Beantwortung der Fragen, wobei die Römer auf Mathematik zurückkommen mußten, immer nur die einfachsten und ungesuchtesten Hülfsmittel voraussetzt, insbesondere von längern, zusammenhängenden Schlußreihen, oder tiefer liegenden Untersuchungen absieht, denn auf erstere werden die Römer vor Allem gegriffen haben. Unter allen Methoden, welche zur Berechnung des Interusuriums vorgeschlagen wurden, ist die Carpzov'sche diejenige, worauf sich zuerst der Blick wirft. Dieß wird auch bei den Römern geschehen sein, denn sie liegt zunächst zur Hand und zeigt sich erst bei genauerer Untersuchung als unrichtig. War doch eine längere Zeit erforderlich, um die Unrichtigkeit dieser Methode nachzuweisen. Fälle, wodurch ihre Unhaltbarkeit deutlich hervorgetreten wäre, kamen vielleicht nicht vor.

Das Gleiche gilt von der Beantwortung des zweiten Problems: der Capitalisirung einer ewigen Rente. Die erste von den angegebenen Auflösungen ist zu einfach, als daß sie nicht dem ersten Blicke entgegen träte. Dabei begnügte man sich. Man dachte nicht auf die Entwicklung eines Princips, um aus ihm alle die bei Berechnung des Interusuriums vorkommenden und zusammengehörigen Fragen zu beantworten und behandelte jeden Fall isolirt. Das kann nicht auffallen. Hat man sich doch bis jetzt noch nicht über die richtige Berechnungsart des Interusuriums vereinigt, obgleich man in mathematischen Kenntnissen weit vorangeschritten ist. Es wäre daher sehr unrichtig annehmen zu wollen, daß die Leibnitz'sche Methode von den Römern gekannt und angewendet wurde, weil ein Fall vorkommt, der aus dieser Annahme erklärt werden kann. Aus dem eben angeführten Grunde ist die Annahme, daß die Hoffmann'sche Methode bei den Römern gekannt und angewendet wurde, gleichfalls unrichtig, und doch wird sie allgemein von ihren Vertheidigern als die einzige bezeichnet, welche mit den Gesetzen der Römer vereinbar ist.

Da nun aus den vorliegenden Stellen nichts gegen die Zulaßbarkeit irgend einer Methode gefolgert werden

kann, so kann daher auch keine von den etwa aufzustellenden Methoden von der Concurrenz ausgeschlossen werden.

§. 5.

Die Methoden, welche zur Berechnung des Interusuriums in der neuern Zeit vorgeschlagen wurden, sollen hier zusammengestellt und ihre Kritik gegeben werden. Es sind bekanntlich drei: die Pinckard'sche, gewöhnlich Carpzov'sche genannt, die Hoffmann'sche, die Leibnitz'sche.

Die Pinckard'sche oder Carpzov'sche Methode.

Diese Methode findet sich in dem §. 1. angeführten Werke von Carpzov entwickelt und ferner in dem von Horn: Consultationum, responsorum ac sententiarum. Lib. Class. XIII. Resp. IV. p. 964.

Nach ihr wird der wirkliche oder volle Werth der Nutznießung (1. §. 2.) in Abzug gebracht. Um hiernach die Rechnung zu führen, hat man diesen zu ermitteln, (wodurch sich die Forderung des Schuldners ergibt) und ihn von der später fällig werdenden Schuld abzuziehen. Der hiedurch entstehende Rest gibt die Forderung des Gläubigers an. Soll diese Methode auf einen bestimmten Fall angewendet werden, so hat man die jährlichen Zinsen der Schuld zu bestimmen und diese so oft zu nehmen als die Zahl der Jahre die Nutznießung angibt. Hierdurch ist die Forderung des Schuldners ermittelt.

Ist z. B. ein Kapital von 1000 fl. bei 5 Proc. nach zehn Jahren unverzinslich fällig, so ist der jährliche Zinsertrag 50 fl. Das Zehnfache hiervon ist 500 fl. Hiernach ist die Forderung des Schuldners 500 fl. und die des Gläubigers 1000 — 500 = 500 fl. [1]). Das

1) Man kann die Pinckard'sche Methode leicht in allgemeinen mathematischen Zeichen darstellen. Wird ein später fälliges Kapital K, der Zinsfuß, zu welchem es ausgeliehen werden kann p und die Zahl der Jahre nach deren Verfluß es fällig wird,

Unrichtige dieſer Methode zeigt ſich leicht durch den Rückſchluß. Der Gläubiger hat nämlich nach 10 Jahren 100 fl. zu fordern. Erhält er gegenwärtig 500 fl. ſtatt der genannten Summe und legt ſie zu 5 Proc. an, ſo tragen ſie jährlich 25, in zehn Jahren alſo 250 fl. Nach Verfluß der angegebenen Zeit erhält er alſo 750 fl. ſtatt 1000 fl. und iſt daher in großem Nachtheil. Noch ſtärker tritt dieſe Ungerechtigkeit hervor, wenn die Schuld erſt nach 20 oder 30 Jahren fällig würde. Rechnet man auf die angegebene Weiſe, ſo würde er im erſten Fall für 1000 fl. nichts erhalten, im zweiten Falle müßte er ſogar 500 fl. an ſeinen Schuldner herauszahlen.

Die Inconſequenzen, worauf dieſe Methode führt, ſind ſchon längſt nachgewieſen und es findet ſich auch kein Vertheidiger dieſer Methode mehr.

---

n genannt, ſo beſtimmt ſich der jährliche Zinsertrag leicht, wenn man bemerkt, daß man ſo vielmal p Gulden jährlich bekömmt als Hunderte in dem gegebenen Kapitale enthalten ſind. Die Zahl der Hunderte wird gefunden, wenn man das fragliche Kapital durch 100 theilt und iſt $\frac{K}{100}$. Bezeichnet man den jährlichen Zinſenbetrag durch Z, ſo hat man hiefür

$$Z = \frac{K}{100} \cdot p = \frac{Kp}{100}.$$

Wird dieſer Betrag ſo vielmal genommen, als die Zahl der Jahre angibt, ſo erhält man den wirklichen Werth des Interuſuriums, oder die Forderung des Schuldners. Bezeichnet man dieſe durch J, ſo iſt

$$J = \frac{nKp}{100}.$$

Zieht man dieſen Werth von dem ſpäter fällig werdenden Kapitale ab, ſo iſt die Forderung des Gläubigers, die durch R bezeichnet werden ſoll,

$$R = K - \frac{Knp}{100} = K\left(\frac{1 - np}{100}\right).$$

§. 6.

Die Hoffmann'sche Methode.

Diese Methode sucht die Inconsequenzen der Pinckard'schen zu vermeiden. Die Schlußweise, welche sie macht, ist folgende. Damit der Gläubiger nicht zu Schaden komme, muß der Werth eines Kapitals ermittelt werden, das mit Zuschlagung der in der Zwischenzeit von ihm zu ziehenden Zinsen zu der Summe erwächst, welche nach Verfluß des bestimmten Zeitraums unverzinslich fällig wird. Durch den Werth dieses Kapitals wird die Forderung des Gläubigers in der Gegenwart vollkommen befriedigt. Die Forderung des Schuldners wird durch den Ueberschuß des später fällig werdenden Kapitals über das so gefundene bestimmt.

Man erkennt, daß diese Methode von richtigern Grundsätzen, als die Carpzov'sche ausgeht, und daß sie namentlich den Gläubiger gegen Schaden schützt.

Um nun den Werth des gegenwärtig auszuzahlenden Kapitals zu finden, wird so geschlossen. Wie 100 fl. nach Verfluß von mehreren Jahren mit allen hiervon jährlich fälligen Zinsen bei einem bestimmten Zinsfuße zu irgend einer Summe erwachsen, so muß auch das gesuchte Kapital (x) sammt allen jährlich aus ihm zu ziehenden Zinsen zu der später fällig werdenden Summe anwachsen oder sie hervorbringen. Man hat daher den Zinsfuß so vielmal zu nehmen als die Zahl der Jahre angibt, nach welchen die Schuld fällig wird, das erhaltene Product zu 100 zu zählen, und nun auf die genannte Weise aus einem einfachen Regeldetri-Ansatze das gesuchte Kapital zu bestimmen.

Kommt man nun auf das im vorigen §. gegebene Beispiel wieder zurück, wonach 1000 fl. bei 5 Proc. nach 10 Jahren unverzinslich fällig sind, so wachsen 100 fl. in zehn Jahren mit den jährlichen Zinsen zu $100 + 5.10 = 150$ fl. an. Das gesuchte Kapital x wird daher in zehn Jahren nach dem nämlichen Maßstabe wachsen. Dieß führt zu der Proportion

$$100 : 150 = x : 100.$$

Der gegenwärtige Werth des Kapitals ist daher

$$x = \frac{100 \cdot 100}{150} = 666\,{}^{2}/_{3} \text{ fl.}$$

Diese Summe hat der Gläubiger zu fordern. Der Schuldner wird erhalten

$$R = 1000 - 666\,{}^{2}/_{3} = 333\,{}^{1}/_{3} \text{ fl.}^{1}).$$

Diese Methode hat Hoffmann in dem §. 1. angeführten Werke entwickelt. Ihr tritt Polack bei in seiner Mathesis forensis. Leipzig. Unger in seinen Beiträgen zur Mathesis forensis. Göttingen 1746. F. Zachariä in der §. 2. angeführten Schrift; Schrader in der §. 3. angeführten Abhandlung.

---

1) Diese Methode läßt sich in allgemeinen Zeichen so darstellen. Man bezeichne wie in der Anmerkung zu §. 5. das später fällig werdende Kapital durch K, den Zinsfuß durch p, die Zahl der Jahre, nach deren Verfluß es fällig wird, durch n. Da nun 100 fl. in einem Jahre p fl. ertragen, so ertragen sie in n Jahren n mal so viel, also n p fl. Hiernach erwachsen 100 fl. in n Jahren sammt den jährlichen Zinsen zu $(100 + n p)$ fl. Man hat nun zu schließen: wie 100 fl. in n Jahren sammt Zinsen zu $(100 + n p)$ fl. erwachsen sind, im nämlichen Verhältnisse muß das gesuchte Kapital (x) zu der später fällig werdenden Summe K sich erheben. Es ist sofort

$$100 : 100 + n p = x : K$$

Hieraus bestimmt sich die Forderung des Gläubigers durch

$$x = \frac{100 \cdot K}{100 + n p}$$

die des Schuldners durch

$$R = K - \frac{100\,K}{100 + n p} = K\left(1 - \frac{100}{100 + n p}\right).$$

Die letzte Formel läßt sich durch eine leichte Veränderung auch so darstellen:

$$R = \frac{K n p}{100 + n p}.$$

§. 7.

Die Leibnitz'sche Methode.

Diese Methode geht von den nämlichen Grundsätzen aus als die Hoffmann'sche. Sie unterscheidet sich aber dadurch von jener, daß sie eine sorgfältigere Benutzung des Kapitals von Seiten des Gläubigers verlangt, als jene. Nach der Hoffmann'schen Methode werden nur die jährlich fälligen Zinsen in Rechnung gebracht. Es ist jedoch einleuchtend, daß auch diese, wenn sie fällig geworden sind, selbst wieder als ein Kapital nutzbringend angelegt werden können. Geschieht dies, so kann auf die angedeutete Weise aus einem gegenwärtig disponibeln Kapitale ein größerer Nutzen gezogen werden, als es bei der Benutzung mit einfachen Zinsen möglich ist. Da sich nun der Vortheil der Benutzung mit Zinseszinsen größer als bei einfachen Zinsen herausstellt, so ist nothwendige Folge, daß der gegenwärtige Werth eines Kapitals im ersten Falle kleiner sein muß, als im zweiten. Dem Gesagten zufolge stellt sich nun die Aufgabe so dar:

Es soll der Werth eines Kapitals gesucht werden, das gegenwärtig angelegt und mit Zuschlagung der jährlichen Zinsen sammt den Zinsen von den Zinsen zu der Summe erwächst, welche nach Verfluß eines bestimmten Zeitraums unverzinslich fällig ist. Durch den gegenwärtigen Werth dieses Kapitals ist die Forderung des Gläubigers befriedigt. Der Rest, welcher sich ergibt, wenn dieses Kapital von der später fälligen Summe abgezogen wird, gehört dem Schuldner.

Um nun das fragliche Kapital zu finden, hat man stufenweise den Werth eines so anwachsenden Kapitals von Jahr zu Jahr zu verfolgen. Man wird den Zweck am einfachsten erreichen, wenn man von dem Werthe, welcher das Kapital in dem Zeitpunkte des Fälligwerdens hat, aus- und zu dem übergeht, welchen es am Ende des vorhergehenden hat. Ist dieser gefunden, so hat man von ihm

auf die nämliche Weise auf denjenigen überzugehen, welchen es am Ende des vorletzten hat. Diesen Uebergang hat man so lange fortzusetzen, bis man auf die Gegenwart gekommen ist.

Wendet man diese Schlußreihe auf das in den beiden vorhergehenden §§. angeführte Beispiel an, so erhält man den gegenwärtigen Werth auf folgende Weise. Man gehe von dem Werthe, welchen das Kapital am Ende des 10. Jahres hat, auf den, welchen es am Ende des 9. hat über und schließe. Wie 100 fl. in einem Jahre sammt Zinsen zu 105 fl. erwachsen, so wird das am Ende des 9. Jahres fällige Kapital (x) sammt seinen Zinsen zu 1000 fl. erwachsen. Dies führt zu der Proportion

$$100 : 105 = x : 1000$$

Der gesuchte Werth ist daher $x = 1000 . \frac{100}{105}$.

Man kann nun die hier angezeigten Geschäfte (Multiplikation und Division) wirklich ausführen, oder, was besser ist, sie nur anzeigen und dann erst ausführen, wenn man die ganze Schlußkette durchlaufen hat. Geschieht letzteres, so hat man auf die eben angegebene Weise wiederholt den Uebergang von dem am Ende des neunten Jahres fälligen Kapitale (x) auf das am Ende des achten fällige (w) zu machen. Man hat daher die Proportion

$$100 : 105 = w : x$$

Der gesuchte Werth ist $w = x . \frac{100}{105}$.

Führt man den oben angegebenen Werth für x ein, so hat man sofort

$$w = 1000 . \frac{100}{105} . \frac{100}{105} = 1000 \frac{100^2}{105^2}.$$

Wendet man die nämliche Schlußweise für den Uebergang des Kapitalwerthes am Ende des achten Jahres auf den am Ende des siebenten Jahres (v) an, so hat man

$$100 : 105 = v : w.$$

Dieser Werth ist $v = w \frac{100}{105}$.

Führt man nun in diese Darstellung den Werth für w aus der vorletzten Gleichung ein, so entsteht

$$v = 1000 \frac{100^2}{105^2} \cdot \frac{100}{105} = 1000 \frac{100^3}{105^3}.$$

Fährt man so fort, so gewinnt man die gesuchten Werthe durch alle Jahre. Man erkennt, daß der Werth, welchen das Kapital am Ende des zweitletzten Jahres hat, gefunden wird, wenn man das fällige Kapital mit der zweiten Potenz von 100 vervielfacht und das hiedurch entstandene Product durch die zweite Potenz von 105 theilt; daß derselbe für das Ende des drittletzten Jahres gefunden wird, wenn man das gegebene Kapital mit der dritten Potenz von 100 vervielfacht und das erhaltene Product durch die dritte Potenz von 105 theilt u. s. f. Der Werth, welchen das nach zehn Jahren fällige Kapital gegenwärtig hat, wird daher gefunden, wenn man dasselbe mit der zehnten Potenz von 100 vervielfacht und durch die zehnte von 105 theilt. Hiernach ist die Forderung des Gläubigers im vorliegenden Falle

$$x = 1000 \cdot \frac{100^{10}}{105^{10}} = \frac{1000.}{1{,}05^{10}}$$

Die des Schuldners

$$R = 1000 - 1000 \cdot \frac{100^{10}}{105^{10}} = 1000 \left(1 - \frac{1}{1{,}05^{10}}\right)$$ [1]

1) Die allgemeine Formel, worauf diese Methode führt, läßt sich in Zeichen leicht hieraus ableiten, wenn man bedenkt, daß in der oben gemachten Schlußreihe statt 1000 jedes beliebige Kapital (K), statt 5 jeder andere Zinsfuß (p) und statt 10 jede mögliche Zahl der Jahre (n) gesetzt werden kann. Da nun 105 sich in 100 + 5 zerlegen läßt, so läßt sich die Grundzahl im Nenner durch (100 + p) darstellen. Die Forderung des Gläubigers bestimmt sich daher durch folgende Formel:

$$x = K \cdot \frac{100^n}{(100+p)^n} = \frac{K}{1{,}0p^n}.$$

Die Geschäfte, welche bei Anwendung der Leibnitz'schen Methode ausgeführt werden müssen, erfordern viele Arbeit. Gewöhnlich werden Logarithmen bei Ausführung der Rechnung angewendet. Benutzt man aber die Tafeln welche meiner Anleitung beigegeben sind, so können die zu suchenden Werthe auf sehr einfache Weise ermittelt werden. Nach der zweiten Tafel dieses Werkes ist der gegenwärtige Werth des Kapitals

$$x = 1000 . 0{,}6139133 = 613{,}9133 \text{ fl.}$$

Diese Summe hat der Gläubiger zu fordern. Der Schuldner hat zu empfangen

$$R = 1000 - 613{,}9133 = 386{,}0860867 \text{ fl.}$$

v. Leibnitz hat diese Methode in der oben §. 1. angeführten Abhandlung zuerst entwickelt. Sie wird vertheidigt von Bilfinger in einem Anhange zu Polacks Mat. for. 3. Aufl. Leipzig 1756, in der Schrift Fratr.

Die Forderung des Schuldners durch

$$R = K - \frac{K . 100^n}{(100+p)^n} = K\left(1 - \frac{100^n}{(100+p)^n}\right) = K\left(1 - \frac{1}{1,op^n}\right).$$

Leibnitz hat in der oben §. 1. angeführten Abhandlung die vorstehenden Formeln nicht gegeben, sondern die Berechnung des Interusuriums auf eine ziemlich zusammengesetzte Entwicklung durch unendliche Reihen gegründet. Diese Reihen findet man, wenn der Ausdruck $\frac{100^n}{(100+p)^n}$ nach den Gesetzen des Binomiums dargestellt wird. Er hat seiner Abhandlung eine Tafel beigefügt, worin die 40 ersten Potenzen des Bruches $\frac{101}{100}$ dargestellt sind. Die meiner Anleitung beigegebenen Tafeln enthalten die 100 ersten Potenzen für jeden üblichen Zinsfuß von 1—6, der etwa hier in Frage kommen kann. Wer zuerst die Formel $x = \frac{K}{1,op^n}$ entwickelt hat, ist mir nicht bekannt. Sie ist viel allgemeiner als die von Leibnitz gegebenen.

Becmannorum Tract. Mathematico-juridica de Interususurio. Goett. 1784.; im Deutſchen Muſeum 1783. p. 256 u. ff. Thibaut Syſtem des Pandecten-Rechts I. §. 202 u. ſ. w. Merkwürdig iſt, daß anfänglich die Leibnitz'ſche Methode ganz falſch verſtanden wurde, und daß man ihr Mängel vorwarf, die ſie gar nicht hat, ſondern ihr von ihren Gegnern angedichtet wurden. Man ſtellte ſie mit der Pinckard'ſchen auf gleiche Linie und behauptete, daß ſie zu der nämlichen Abſurdität führe, wozu jene führt. In dieſen Irrthum verfiel vor allen Hoffmann ſelbſt, wie aus folgender Stelle, die ſich in der oben §. 1. angeführten Schrift p. 404 findet, deutlich hervorgeht. „Das Interuſurium muß nach dem Leibnitz'ſchen Calculo in 21 und nach dem Carpzov'ſchen in 20 Jahren das ganze Capital abſorbiren und verſchlingen. Denn Carpzow zieht binnen 20 Jahren den 20. Theil 20mal, Leibnitz aber den 21. Theil 21mal ab." In denſelben Irrthum verfällt Polack in der 1. Ausgabe ſeiner Math. for. §. 33 u. ff. widerruft ihn aber in der 3. Aufl. p. 87. §. 53, durch die Bilfinger'ſche Abhandlung belehrt.

§. 8.

Da aus den in §. 5. angeführten Gründen die Pinckard'ſche Methode nach dem einſtimmigen Urtheile der Rechtsgelehrten und Mathematiker als unrichtig verworfen wird, ſo kommt alſo nur noch die Hoffmann'ſche und Leibnitz'ſche in Concurrenz und es handelt ſich daher um Beantwortung der Frage: welche von dieſen beiden Methoden ſoll bei Berechnung des Interuſuriums angewendet werden?

Alle Vertheidiger der Hoffmann'ſchen Methode ſind Gegner der Leibnitz'ſchen, wie dies in der Natur der Sache liegt und umgekehrt alle Vertheidiger der Leibnitz'ſchen ſind Gegner der Hoffmann'ſchen. Einige ſuchen beide Methoden zu verbinden und nach Beſchaffenheit der Fälle die eine oder die andere anzuwenden.

Die Gründe, welche zur Unterstützung der genannten Methoden aufgeführt werden, sind im Wesentlichen folgende.

a. Für die Hoffmann'sche Methode.

1) Das römische Recht verbietet den Anatocismus, daher kann eine Methode, nach welcher Zinsen von Zinsen gerechnet werden sollen, keine Anwendung finden. Die Leibnitz'sche Methode rechnet Zins von Zinsen; die Hoffmann'sche nicht, sondern nur einfache Zinsen. Die Anwendung der ersten Methode ist hiernach mit dem römischen Recht unvereinbar. Es kann also nur die Hoffmann'sche in Anwendung kommen.

2) Die Hoffmann'sche Methode ist den Verhältnissen des wirklichen Lebens angemessener und leichter anwendbar als die Leibnitz'sche. Nach letzterer wird nämlich verlangt, daß die Zinsen eines Kapitals genau auf den Verfalltag gezahlt und sogleich wieder zinstragend angelegt werden. Ersteres geschieht nicht immer und letzteres wird nicht immer, und namentlich bei kleinen Kapitalien gewöhnlich nicht, ausführbar sein.

3) Der Gläubiger wird durch die Leibnitz'sche Methode beeinträchtigt. Der Nutzen, welchen ein Kapital bei Zinseszinsen abwirft, wird größer angeschlagen als er sich bei aller Thätigkeit und Sorgfalt des Gläubigers in der Wirklichkeit herausstellen wird. Dadurch wird der Werth seiner Forderung geringer geschätzt, als er wirklich ist. Der Gläubiger kommt dadurch in Schaden, wogegen ihn die Hoffmann'sche Methode schützt.

b. Für die Leibnitz'sche Methode.

1) Erhält Jemand ein ihm erst nach Verfluß eines bestimmten Zeitraums gebührendes Kapital jetzt schon, so kann von ihm verlangt werden, daß er dasselbe so sorgfältig als möglich benutze, daß er also die Zinsen, die es in der Zwischenzeit abwirft, nicht genieße, sondern sie wieder nutzbringend anlege, daß er also das Kapital auf die redlichste Weise

benutze und so betrachte, als wenn es für ihn während der Zwischenzeit nicht existirte, wie dies auch der Fall gewesen wäre, wenn er es erst nach Verfluß der Nutznießungszeit erhalten hätte. Dieß geschieht nur, wenn die Zinsen wieder nutzbringend angelegt werden. Hierdurch wird nichts verlangt, als was in Recht und Billigkeit gegründet ist, denn die Forderung geht dahin, daß der Gläubiger im Falle einer Vorausbezahlung die fällig gewordenen Zinsen nicht müßig liegen lasse. Dies wird um so leichter erfüllt werden können, je größer die Kapitalien und also auch die Zinsen sind, welche hier in Frage kommen und zur Disposition des Gläubigers gestellt werden.

2) Hieraus folgt, daß der unter a. Nr. 1 gemachte Vorwurf, daß die Leibnitz'sche Methode den Anatocismus verlange, ungegründet ist. Sind nämlich die von einem Kapitale fällige Zinsen eingegangen, so haben sie gerade dadurch die Natur der Zinsen verloren und können als Kapital zinstragend angelegt werden. Obgleich der Hauptangriff gegen die Anwendbarkeit der Leibnitz'schen Methode aus dem Verbote des Anatocismus genommen ist, so sind doch die meisten Rechtsgelehrten darüber einverstanden, daß in der Anwendung dieser Methode kein Anatocismus zu finden ist. cf. Bilfinger, die Abhandlung frat. Becman. Thibaut, v. Vangerow an den angeführten Stellen.

3) Aus dem nämlichen Grunde widerlegt sich sofort der unter a. Nr. 3 gemachte Vorwurf, daß der Gläubiger beeinträchtigt werde.

Es ist nicht zu läugnen, daß die hier, für und gegen vorgetragenen Gründe Berücksichtigung verdienen. Dieß hat wohl auch Manche bewogen, den Forderungen auf der einen und der andern Seite, so weit es thunlich ist, Rücksicht zu schenken und anstatt die Frage nach einer bestimmten Richtung hin zu entscheiden, von beiden Methoden das auszuwählen, was die Gegensätze am besten zu vermitteln vermöchte.

Hierher gehören die Bestimmungen des im Großher-

zogthum Baden geltenden Landrechts. Sie lauten (Proceßordnung in bürgerlichen Rechtsſtreitigkeiten §. 385.) ſo:

„Schuldigkeiten des Gemeinſchuldners, die noch nicht verfallen ſind, werden mit Eröffnung der Gant fällig.

Es empfängt aber der Gläubiger, deſſen Zahlungsziele unverzinslich ſind, nur ſo viel an Kapital, daß ſolches ſammt den zu berechnenden Zinſen und Zwiſchenzinſen bis zum Verfalltage die Summe der ganzen noch nicht verfallenen Schuldigkeit ausmacht.

Zwiſchenzinſen werden jedoch nur mit berechnet, wenn der Zins von dem jetzt vorauszuzahlenden Kapital 50 fl. oder darüber beträgt, und nur erſt nach ½ Jahr vom Verfalltage des Zinſes, und bei kleinern Summen erſt nach ½ Jahr von der Zeit an, da die jetzt vorauszuzahlende Summe mit den einzelnen dazu zu rechnenden künftigen Jahreszinſen bis zu einem Kapitalbetrage angewachſen iſt, deſſen Zins wenigſtens 50 fl. beträgt."

Wir werden §. 20 und 21 auf dieſes Geſetz zurückkommen.

§. 9.

Dieß iſt der Hauptſache nach der gegenwärtige Stand der Streitfrage über die richtige Berechnung des Interuſuriums, die nun näher unterſucht werden ſoll, um ſie wo möglich einer Entſcheidung entgegen zu führen.

Die Ausſtellungen, welche ſich den gegebenen Mittheilungen zufolge an der bisherigen Art, die Frage zu behandeln, unſerer Anſicht nach machen laſſen, ſind folgende.

1) Die Gründe, welche man für und gegen die Richtigkeit der Hoffmann'ſchen und Leibnitz'ſchen Methode aufgeſtellt hat, ſind äuſſere und zum Theil zufällige. Sie ſind hergenommen von der Größe des Kapitals und der hieraus zu ziehenden Zinſen und von der hieraus ſich ergebenden Möglichkeit, ſo wie der nöthigen Gelegenheit, ſie wieder nutzbringend anzulegen; von der Thätigkeit und Sorgfalt, wie das fragliche Kapital benutzt wird u. dgl.

Daß dieſe Momente nur äuſſere und zufällige ſind, kann wohl mit Recht nicht beſtritten werden. Geſtattet man einen Unterſchied zwiſchen einem größern und kleinern Kapitale, ſo tritt alsbald die Einrede hervor, warum der Beſitzer eines kleinern Kapitals ſich einer andern Behandlung zu erfreuen habe, als der eines größern. Hieran knüpft ſich unmittelbar die weitere Frage, durch welche Grenze das größere Kapital von dem kleinern getrennt werde. Dieſe Fragen können nur nach Verhältniſſen und Umſtänden, alſo gleichfalls nur nach äuſſern Gründen entſchieden werden. Das nämliche gilt von den übrigen oben angeführten Momenten.

Es müſſen daher vorerſt innere Gründe aufgeſucht werden, um die vorliegende Streitfrage zu entſcheiden. Ihnen gebührt die erſte Stelle. Erſt wenn dies Suchen erfolglos iſt, kann man ſich nach Gründen zweiter Ordnung, den äuſſern, umſehen, um durch ſie eine Entſcheidung zu gewinnen. Nirgends findet man aber unſere Frage von dieſem Standpunkte aus betrachtet. Die Folge war, daß man ſich nicht einigen konnte. Da nämlich den äuſſern Gründen immer die ſtreng bindende Kraft des innern Zuſammenhanges abgeht, wodurch auf eine überzeugende und unzweifelhafte Weiſe die Richtigkeit einer Sache nachgewieſen werden kann, ſo kann auch durch ſie kein entſcheidender Beweis geführt werden. Denn es bleibt nichts übrig, als ſie aufzuſuchen, einander entgegen zu ſtellen und gegenſeitig abzuwägen. Dies geſchah hier und es ergab ſich auf dieſem Wege kein Reſultat.

Hiermit iſt jedoch keineswegs die Behauptung ausgeſprochen, daß äuſſern Gründen keine Rückſicht getragen werden ſoll. Sie ſollen immer berückſichtigt werden, wenn ſie von Erheblichkeit ſind, aber in zweiter Ordnung.

2) Die beiden Methoden wurden bisher nur einſeitig angewendet. Man benutzte ſie, um den Werth der Forderung des Gläubigers zu ermitteln, nahm das erhaltene Reſultat für richtig an und beſtimmte hieraus den Werth der Anſprüche des Schuldners, ohne vorerſt nachgewieſen zu haben,

daß das erhaltene Resultat richtig sein müsse. Der Werth der Forderung des Schuldners wurde bisher nicht direct durch die nämliche Methode ermittelt. Ein in das, so aufgefundene Resultat, eingeschobener Fehler mußte daher auch in das davon abgeleitete übergehen. Nun kann mit Recht verlangt werden, daß die Methode, welche zu Ermittlung der Forderung des Gläubigers dient, auch zur Ermittlung des Werthes der Forderung des Schuldners angewendet werde, denn letzterer kann mit Recht auf gleiche Behandlung Anspruch machen. Durch Benutzung dieses Mittels hätte man Resultate für die nämliche Sache auf verschiedenem Wege erhalten, welche zu weiterer Vergleichung und Prüfung gedient haben würden.

§. 10.

Nach den bisherigen Bemerkungen ergeben sich nun folgende Bedingungen, deren Erfüllung ein richtiges Resultat verbürgen dürfte.

1) Werden zwei verschiedene Methoden zur Auflösung eines und desselben Problems angewendet, so können sie nicht auf verschiedene Resultate führen. Führen sie dennoch auf verschiedene Resultate, so kann nur eine Methode richtig und die andere muß falsch sein.

2) Die Richtigkeit einer Methode muß vor allem aus innern, der Natur der Sache entnommenen Gründen nachgewiesen werden. Aeussere Gründe können hierin nicht entscheiden.

3) Die Ansprüche des Gläubigers und Schuldners müssen, nach einer und derselben Methode ermittelt, sich gegenseitig ergänzen und zusammen dem später fällig werdenden Kapitale gleichkommen.

Hierdurch ist nun die Frage fixirt und der Standpunkt bezeichnet, von welchem aus sie untersucht werden muß. Er unterscheidet sich, wie sich sogleich zeigen wird, wesentlich von allen denjenigen, von welchen man bisher ausging.

Der erste Satz tritt der Ansicht derer entgegen, welche meinen, daß man die Hoffmann'sche und Leibnitz'sche

Methode miteinander verbinden, und den einzelnen Fall nach seiner Eigenthümlichkeit oder nach äussern Verhältnissen und Umständen entscheiden soll; ferner dem in der Prozeßordnung für das Großherzogthum Baden ausgesprochenen oben (§. 8.) angeführten Gesetze und endlich der Ansicht derer, welche die Frage unentschieden lassen.

Hierher gehören die Aeusserungen von Michelsen (Anleitung zur juristischen, politischen und ökonomischen Rechenkunst. 1. Theil. §. 134. p. 152 u. ff. §. 198 u. ff.); Brune (Darstellung der einfachen und zusammengesetzten Zinsrechnung, Vorrede); von Clausberg der sogar beide Methoden als richtig nebeneinander bestehend hält, u. A.

Der zweite Satz vindicirt die Beantwortung der vorliegenden Streitfrage einer mathematischen Entwicklung, denn diese Wissenschaft allein kann das Verlangte leisten. Dieß kann vorerst um so weniger in Abrede gestellt werden, da sie im Besitze der erforderlichen Mittel ist. Das römische Recht giebt, wie oben §. 3 und 4. gezeigt wurde, über die anzuwendende Methode keine Auskunft. Jede ist daher zulässig, wenn sie auf das richtige Resultat führt, denn Methode bliebt Methode — ein Mittel zum Zweck, und kann hier nur der Mathematik entnommen werden. Läge übrigens auch eine aus frühern Zeiten stammende vor, so könnte sie nach dem Urtheile der Rechtsgelehrten nicht bindend sein, wenn ihre Unrichtigkeit nachgewiesen werden könnte. Wir berufen uns hierüber namentlich auf v. Vangerow's Ansicht, der a. a. O. (VI. p. 187.) sagt: „Meiner Ueberzeugung nach sind wir daher vollkommen berechtigt, bei den allgemeinen Erörterungen über die Berechnung des Interusuriums von dieser Entscheidung Afrikan's[1]) ganz abzusehen und die Principien darüber rein aus der Natur der Sache zu construiren. Vergl. auch Schrader in der angeführten Abhandlung." Alle hierüber vorliegenden Ar-

1) Ob diese Entscheidung hierher zu beziehen ist, möchte nach den in §. 3. gegebenen Erörterungen noch in Frage zu stellen sein.

beiten, die ganze Geschichte dieser Streitfrage sind Belege für diese Behauptung.

Sollte eine der Theorie entnommene Untersuchung dieser Frage auf Resultate führen, welche mit den bestehenden Gesetzen im Widerspruch ständen, so könnte sie nicht wohl ausgeschlossen werden. Vielmehr müßte hieran die weitere Erörterung sich knüpfen, ob das bestehende Gesetz richtig oder unrichtig ist, und ob hierdurch nicht eine Aenderung des Gesetzes selbst bedingt wäre?

Indem nun der zweite Satz die Beantwortung der Streitfrage der Mathematik vindicirt, so steht er namentlich der von F. Zachariä in der angeführten Abhandlung §. 3. p. 4 ausgesprochenen Ansicht[2]), so wie auch der Aeusserung von Clausberg's[3]), Brune's[4]) entgegen,

2) Zachariä sagt a. a. O.: „Entsteht nun die Frage, welche dieser drei Rechnungsarten (die Pinckard'sche, Hoffmann'sche oder Leibnitz'sche) als Norm gelten müsse, so ist zuvörderst auf die Gesetze zu recurriren, und nur, wenn diese nichts bestimmt haben sollten, darf die Gesetzes-Analogie und zuletzt die Natur der Sache entscheiden."

3) v. Clausberg: Demonstrative Rechenkunst (Leipzig 1748) 2. Auflösung, äussert sich §. 1278. p. 1233 so: „Nun dürfte Jemand fragen, welcher von den vorgestellten zweierlei Arten (der Rechnung mit einfachen oder Zinses-Zinsen, Hoffmann'schen oder Leibnitz'schen Methode) man bei gerichtlichen Subhastationibus sich bedienen solle. Allein hierauf dient zur Antwort, daß die Erörterung dieser Frage nicht den Arithmeticis, sondern den Rechtsgelehrten obliege. Denn jene haben sich beflissen, die Richtigkeit beiderlei Rechnungsarten zu zeigen, und wird man wenig rechtschaffene Rechenbücher finden, in welchen solche zwei Arten zu Berechnung des Rabattes oder Interusurii von etlichen oder vielen Jahren nicht sollten angewiesen worden sein.

4) Brune sagt in der Vorrede zu seiner Darstellung der Zinsrechnung p. IV.: „Es ist nicht die Sache des Calculators, sondern die der interessirten Partheien oder des Gesetzes, zu entscheiden, ob nach dieser oder jener Art gerechnet werden soll, und daher habe ich mich auch aller Untersuchung darüber, welche von beiden (Rechnung mit einfachen oder Zinses-Zinsen) in je-

welche die Entscheidung dieser Frage der Jurisprudenz zuweisen zu müssen glauben. Doch dürften die von ihnen vorgebrachten Gründe nicht so erheblich sein, um die Ansichten der angeführten Autoritäten und das hier Gesagte zu entkräften.

Der dritte Satz enthält endlich ein negatives Kriterium für die Richtigkeit der anzuwendenden Methode.

Erhält man durch gleichzeitige Anwendung derselben Methode auf die Ansprüche des Gläubigers und Schuldners zwei Resultate, welche dem später fällig werdenden Kapitale nicht gleichkommen, so widerstreitet dies dem Inhalte dieses Satzes, spricht gegen die Richtigkeit der angewendeten Methode und verlangt ihre Prüfung. Der Inhalt dieses Satzes wurde schon längst, wenigstens stillschweigend, anerkannt, denn man berechnete nach der einen oder andern Methode den Werth der Ansprüche des Gläubigers und schloß von ihm auf den Werth der Ansprüche des Schuldners, indem man den gefundenen Werth von der später fällig werdenden Summe abzog, also beide zusammen dieser Summe gleichsetzte. Man hat aber diesen Satz weder zur Prüfung der Richtigkeit der angewendeten Methode benutzt, (sonst hätte man früher auf andere Resultate geführt werden müssen) noch begründet, was hier geschehen soll.

Man kann füglich den Werth eines Kapitals oder eines physischen Gutes nach dem Nutzen, welchen es abwirft, bemessen. Eine Sache, woraus Jemand keinen Nutzen ziehen kann, existirt so lange nicht für ihn, als ihm dies versagt ist, sogar wenn sie sein Eigenthum wäre. Sie erhält für ihn erst dann Werth, wenn er sie entweder selbst benutzen, oder, wenn dies nicht möglich ist, auf andere Weise Nutzen aus ihr ziehen kann. Hat Jemand das Recht, den Nutzen, welchen ein Gut abwirft, unbeschränkt

---

dem vorgegebenen Falle eigentlich angewandt werden muß, enthalten. Ich habe nur gezeigt, wie man rechnen muß, wenn einfache oder Zinses-Zinsen vorausgesetzt werden."

und für alle Zeiten zu genießen, so hat es für ihn vollen Werth; hat er aber nur das Recht, denselben für eine bestimmte Zeit zu genießen, und muß er es nach Verfluß derselben an einen andern zu gleichem Zweck abtreten, so kann es für ihn nicht den vollen Werth haben und es tritt der bisher zwischen Schuldner und Gläubiger betrachtete Fall ein. Beide Personen treten nacheinander in den Genuß des Nutzens ein. Bei Kapitalien stellt sich dieser Nutzen als Zins, bei andern Gütern als irgend ein näher zu bestimmender Vortheil dar. Die Größe des Nutzens hängt offenbar von der Zeit der Nutznießung ab. Soll nun der hieraus sich ergebende Vortheil bemessen werden, so kann es nicht dadurch geschehen, daß man seine Größe Jahr für Jahr ermittelt und ihn für die Dauer des Genusses vertheilt. Dadurch würde sich für den, welcher denselben nur auf eine beschränkte Zeit zu genießen hat, ein endlicher; für den, welcher ihn für alle folgenden Zeiten zu genießen hat, ein uneudlicher Werth herausstellen. Nun läßt sich aber ein endlicher Werth mit einem unendlichen bekanntlich nicht vergleichen. Daher ist diese Ermittlungsweise unstatthaft und es bleibt sofort nichts übrig, als den Werth eines Nutzens, welchen zwei Personen nacheinander von einem Gute genießen, auf einen gleichzeitigen, am besten auf den der Gegenwart, zu beziehen, um so eine Vergleichung zwischen beiden Werthen zu erhalten. Dies kann nun durch die beiden in Frage stehenden Methoden geschehen. Geschieht es, so ist leicht ersichtlich, daß der Werth, welcher sich hieraus als Aequivalent ergibt, nicht größer als der des Gutes selbst sein kann, sondern ihm gleichkommen muß. Durch diese Schlußfolge sind wir nun zu dem oben genannten Satze gekommen, dessen Richtigkeit bisher allenthalben stillschweigend anerkannt wurde.

Hiernach läßt sich die Aufgabe über die Werthberechnung des Interusuriums auch so darstellen. **Man soll ein Gut, welches zwei Personen für beliebige Zeiträume nacheinander zu benutzen haben, nach dem Maßstabe vertheilen,**

welche dem Werthe des Vortheils entspricht, der sich, auf die Gegenwart zurückgebracht, aus der Dauer der Nutznießung ergibt.

Diese Darstellung ändert den Inhalt der vorliegenden Aufgabe in gar nichts, führt weder auf einen Widerspruch, noch auf eine Unmöglichkeit; selbst dann nicht, wenn ein Gut untheilbar wäre. Denn es wird sich in diesem Falle der Werth des Guts ermitteln und die Forderung der einen Person durch ein Aequivalent befriedigen lassen.

Aus dem in 3 aufgestellten Satze ergibt sich nun dem Gesagten zufolge die nachstehende, nicht unwichtige Folgerung.

4) Wird eine Methode auf die Ermittlung des gegenwärtigen Werthes der Ansprüche zweier Interessenten angewendet, so müssen die Werthe, worauf sie führt, zusammen dem später fällig werdenden Kapitale gleichkommen. Führt sie auf Werthe, welche diese Eigenschaft nicht haben, so kann die angewendete Methode nicht richtig seyn.

Dieser Satz gibt, wie bemerkt, ein Kriterium für die Richtigkeit einer Methode.

§. 11.

Nachdem nun die Grundzüge festgestellt sind, welche den ferner zu machenden Schlüssen eine feste Unterlage zu geben geeignet sind, so soll das Nähere hierüber beigebracht werden.

Der Beweis, welcher sofort geführt werden soll, ruht auf mathematischen Principien. Er kann mit aller der Strenge geführt werden, welche die Mathematik allen, von ihr zu begründenden, Sätzen zu geben im Stande ist. Dazu sind jedoch Entwickelungen nöthig, welche die Grenzen dieser Blätter überschreiten möchten. Wer denselben in aller Schärfe kennen zu lernen wünscht, den verweise ich auf meine Anleitung, wo er sich §. 28—31 p. 56 ff. vorfindet. Hier soll derselbe so elementar als möglich und in Beziehung auf einen besondern Fall gegeben werden.

Die Beweisführung mittelst eines besondern Falles hat

allerdings nicht die ſtreng bindende Kraft einer ganz allgemein gehaltenen. Doch ſoll dieſelbe ſo gegeben werden, daß ſich aus dem beſondern Fall der Gang im Allgemeinen erkennen laſſen und der Leſer ein Urtheil über ſeine Richtigkeit ſofort zu bilden im Stande ſein wird.

Um den Zuſammenhang nicht zu unterbrechen und um uns kürzer ausdrücken zu können, ſoll die Erklärung einiger Ausdrücke und zweier hiebei nöthiger Formeln hier gegeben werden.

Unter dem Ausdruck „Ein Kapital rabattiren" wird verſtanden: den gegenwärtigen Werth eines ſpäter fälligen Kapitals beſtimmen. Ein Kapital auf 5, 10, 15 Jahre u. ſ. w. rabattiren heißt ſofort, den gegenwärtigen Werth einer nach 5, 10, 15 Jahren ꝛc. unverzinslich fälligen Summe beſtimmen. Man kann ein Kapital bei einfachen oder bei Zinſeszinſen rabattiren. Rabattirt man es bei einfachen Zinſen (Hoffmann'ſche Methode), ſo kommt die in der Note zu §. 6. entwickelte Formel

$$1)\quad x = \frac{100\,K.}{100 + np}$$

in Anwendung, worin K das gegebene Kapital, n die Zahl der Jahre, p den Zinsfuß und x den gegenwärtigen Werth der ſpäter fällig werdenden Summe bedeutet. Rabattirt man bei Zinſeszinſen, ſo kommt die in der Note zu §. 7. gegebene Formel

$$2)\quad x = \frac{K.100^n}{(100+p)^n} = \frac{K}{1,0p^n}.$$

in Anwendung, worin K, n, p und x die nämliche Bedeutung haben. Die Gleichung 1 hat folgende Bedeutung: Um ein gegebenes Kapital bei einfachen Zinſen auf irgend eine Zahl von Jahren (etwa 5) zu rabattiren, vervielfache man die Zahl der Jahre mit dem Zinsfuße (etwa 4), zähle dieſes Product zu 100, $(100 + 4.5 = 120)$ und theile mit der ſo gefundenen Summe in das mit 100 vervielfachte Kapital. Sind z. B. 500 fl. auf 5 Jahre bei 4 Proc. und einfachen Zinſen zu rabattiren, ſo iſt der gegenwärtige Werth

$$x = \frac{50000}{120} = 416^2/_3 \text{ fl.}$$

Die Gleichung 2 hat folgende Bedeutung: Man erhebe 100 in die so vielte Potenz, als die Zahl der Jahre angibt und vervielfache das erhaltene Product mit dem gegebenen Kapital, dann vergrößere man 100 um den Zinsfuß, erhebe diese Summe in die so vielte Potenz, als die Zahl der Jahre angibt, und theile mit der so erhaltenen Potenz in das gefundene Product. Sind 500 fl. auf 5 Jahre bei 4 Proc. und Zinseszinsen zu rabattiren, so ist ihr gegenwärtiger Werth

$$x = \frac{500 . 100^5}{104^5} = 500 . 0{,}8219271 = 410{,}9635 \text{ fl.}$$

Die zur Formel 2 nöthigen Werthe finden sich in den meiner Anleitung beigegebenen Tafeln vor. Hat man keine solche Tafeln zur Hand, so wird man am Besten thun, sich der Rechnung mit Logarithmen zu bedienen. Wir wenden uns nun zur Sache.

§. 12.

Ein Kapital von 10000 fl. soll von einem Schuldner innerhalb 10 Jahren so heimgezahlt werden, daß jährlich 1000 fl. am Kapitale abgetragen und außerdem die jeweils von dem noch rückständigen Kapitale fälligen Zinsen zu 4 Proc. entrichtet werden. Welches sind die Summen, die der Schuldner im Laufe der genannten 10 Jahre zu zahlen hat?

Am Ende des ersten Jahres hat der Schuldner zu zahlen: 1000 fl. und dann noch die einjährigen Zinsen des ganzen Kapitals. Diese betragen nach der Note zu §. 5. $10000 . \frac{4}{100} = 400$ fl. Im Ganzen hat der Schuldner zu zahlen 1400 fl.

Am Ende des zweiten Jahres hat der Schuldner zu zahlen 1000 fl. und dann die Zinsen von dem noch rückständigen Kapitale. Da schon 1000 fl. abgetragen wurden, so sind noch die einjährigen Zinsen von 9000 fl. zu entrichten.

Dieſe betragen $9000 \frac{4}{100} = 360$ fl. Es ſind alſo im Ganzen zu zahlen 1360 fl.

Am Ende des dritten Jahres hat der Schuldner zu zahlen 1000 fl. und dann die Zinſen des noch rückſtändigen Kapitals. Da ſchon zweimal 1000 fl. gezahlt wurden, ſo ſind die Zinſen von 8000 fl. noch zu entrichten. Sie betragen $8000 \frac{4}{100} = 320$ fl. Im Ganzen ſind zu zahlen 1320 fl.

Fährt man nun auf dieſe Weiſe fort, die Schuldigkeit des Schuldners für jedes Jahr zu ermitteln, ſo wird man finden, daß er am Ende des vierten Jahres 1280, am Ende des fünften 1240, am Ende des ſechsten 1200, am Ende des ſiebenten 1160, am Ende des achten 1120, am Ende des neunten 1080, am Ende des zehnten 1040 fl. zu zahlen hat.

In dem vorliegenden Falle werden die Leiſtungen zweier Perſonen (Schuldner und Gläubiger) mit einander verglichen, die nicht in einen Zeitpunkt zuſammenfallen, ſondern nach einander im Laufe der Zeit gemacht werden. Dem äußern Werthe nach ſind ſie einander nicht gleich, denn der Schuldner zahlt im Laufe der Zeit eine viel größere Summe, als er von dem Gläubiger in der Gegenwart empfängt. Dem Inhalte nach ſind ſie aber einander vollkommen gleich. Letzteres muß der Fall ſeyn, wenn die gegenſeitigen Leiſtungen des Schuldners und Gläubigers zu Recht beſtehen ſollen, wie denn auch die Schuld des Schuldners am Ende des zehnten Jahres 0 iſt, da er allen ſeinen Verpflichtungen nachgekommen iſt.

Hat man nun zwei Dinge, die ihrem Inhalte nach einander gleich, dem äußern Werthe oder der Form nach von einander verſchieden ſind, ſo wird auch der Zuſammenhang zwiſchen beiden, und dadurch der Uebergang von dem einen auf das andere gezeigt werden können. Die Mathematik hat dieſe Aufgabe zu löſen.

In dem vorliegenden Falle ging man von der gegenwärtigen Leistung des Gläubigers aus, und nach bekannten Gesetzen der Mathematik auf die im Laufe der Zeit dem Schuldner obliegenden Leistungen oder Forderungen des Gläubigers über. Man kennt daher auch die Gesetze, worauf dieser Uebergang beruht. Noch kennt man aber nicht den Zusammenhang, welcher im umgekehrten Falle statt findet, und die Gesetze, welche den Rückgang vermitteln und zeigen, wie man von den Leistungen, welche der Schuldner im Laufe der Zeit macht, auf ihren gegenwärtigen Werth übergehen kann. Sie sollen nun aufgefunden werden. Dazu müssen die in diesem §. gemachten Bemerkungen den Weg bahnen. Um uns in den Besitz der nöthigen Mittel zu setzen, ziehen wir hieraus einige Folgerungen.

Da die Leistungen, welche in dem vorliegenden Falle auf zwei Personen (Gläubiger und Schuldner) bezogen wurden, ohne Inhaltsänderung auf nur eine Person (den Gläubiger oder Schuldner) bezogen werden können, so läßt sich das Gesagte auch so darstellen.

1) Eine Person, welche am Ende des ersten Jahres 1400 fl., am Ende des zweiten 1360 fl., am Ende des dritten 1320 fl. u. s. w., am Ende des zehnten Jahres 1040 fl. zahlt, leistet das Nämliche, als wenn sie zu Anfange des ersten Jahres (gegenwärtig) 10000 fl. baar bei vierprocentiger Verzinsung gezahlt hätte, oder der Gesammtwerth der genannten, im Laufe der Zeit nach einander folgenden Zahlungen ist gegenwärtig gerade 10000 fl., nicht mehr, nicht weniger.

2) Eine Person, welche am Ende des ersten Jahres 1400 fl., am Ende des zweiten 1360 fl. u. s. w., am Ende des zehnten Jahres 1040 fl. an eine zweite zu fordern hat, macht eine Forderung, deren gegenwärtiger Werth einer zu vier Procent auszuleihenden Summe von 10000 fl. gleichkommt, nicht mehr, nicht weniger.

Beide Sätze vereinigen sich in folgenden.

3) Summen, welche während einer Reihe von Jahren

von irgend einer Person gezahlt oder gefordert werden, können, auf die Gegenwart zurückgebracht, nur einen und einen bestimmten Werth haben.

Hieran schließt sich noch folgender Satz.

4) Sollen die gegenseitigen, in der Zeit auf einander folgenden Leistungen oder Forderungen zweier Personen zu Recht bestehen, so müssen sie gleich groß sein, oder sich ausgleichen, wenn sie auf einen und denselben Zeitpunkt (die Gegenwart) zurückgebracht werden. Gleichen sie sich nicht aus, so können sie nicht zu Recht bestehen und es ist die eine oder die andere Person entweder bevorzugt oder beeinträchtigt.

§. 13.

Um nun die Gesetze aufzufinden, wornach die Werthe künftig fälliger Summen auf die Gegenwart zurückgebracht werden müssen, gehen wir, wie im vorigen §., von einem besondern Falle aus, und wählen, um hiebei eine Controlle für die Richtigkeit der zu machenden Schlüsse zu haben, den dort behandelten.

Jemand zahlt innerhalb zehn Jahren folgende Summen: Am Ende des laufenden Jahres 1400 fl., am Ende des zweiten 1360 fl,, am Ende des dritten 1320 fl. u. s. w., am Ende des zehnten 1040 fl. Wie groß ist der gegenwärtige Werth sämmtlicher Zahlungen, wenn 4 Procent der Rechnung zu Grunde gelegt werden.

Der gesuchte Werth, welcher bekanntlich 10000 fl. ist, wird dadurch gefunden werden, daß man der Reihe nach die Werthe aller fälligen Summen auf die Gegenwart zurückbringt, also in dem gegebenen Zinsfuß auf die Zeit, nach deren Verfluß sie fällig sind, rabattirt. Die Rabattirung kann nun nach §. 11. bei einfachen oder bei Zinseszinsen (Hoffmann'sche oder Leibnitz'sche Methode) geschehen. Sind beide Methoden richtig, so müssen sie auf dasselbe Resultat (hier 10000 fl.) nach 1 §. 10. und 3 §. 12. führen. Führen sie auf verschiedene Resultate, so können nicht beide richtig

seyn und es muß diejenige als die richtige anerkannt werden, welche auf das richtige, hier schon bekannte Resultat führt. Es soll nun zuerst die Rabattirung bei einfachen Zinsen, also die Hoffmann'sche Methode, angewendet werden.

Um hiernach den gegenwärtigen Werth zu ermitteln, hat man die Summe 1400 auf ein Jahr, 1360 auf zwei, 1320 auf drei u. s. w., 1040 auf zehn Jahre nach der zu 1 §. 11. angegebenen Regel zu rabattiren. Es sind also der Reihe nach statt K die Werthe 1400, 1360, 1320, ... 1040, statt n die Werthe 1, 2, 3, ... 10 und 4 statt p zu setzen, und die hiedurch erhaltenen Resultate zusammen zu zählen.

Geschieht dieß, so ergibt sich folgende Zusammenstellung, wenn der gegenwärtige Werth aller Leistungen durch R bezeichnet wird.

$$1)\ R = \frac{140000}{104} + \frac{136000}{108} + \frac{132000}{112} + \frac{128000}{116} + \frac{124000}{120} + \frac{120000}{124} + \frac{116000}{128} + \frac{112000}{132} + \frac{108000}{136} + \frac{104000}{140}$$

Werden nun die angezeichneten Divisionen ausgeführt und die hiedurch entstehenden Werthe zusammengezählt, so entsteht

$$2)\ \frac{140000}{104} = 1346{,}15384\ldots = 10180{,}2176\ldots$$
$$+\frac{136000}{108} = 1259{,}25925\ldots$$
$$+\frac{132000}{112} = 1178{,}57142\ldots$$
$$+\frac{128000}{116} = 1103{,}44827\ldots$$
$$+\frac{124000}{120} = 1033{,}33333\ldots$$
$$+\frac{120000}{124} = 967{,}74193\ldots$$

$$+\frac{116000}{128} = 906{,}25000\ldots$$

$$+\frac{112000}{132} = 848{,}48484\ldots$$

$$+\frac{108000}{136} = 794{,}11764\ldots$$

$$+\frac{104000}{140} = 742{,}85714\ldots$$

Nach dieser Rechnung stellt sich der gegenwärtige Werth der genannten, im Laufe der Zeit fällig werdenden Summen auf 10180,2176 ... fl. und ist also größer, als ihr wirklicher. Würde man nach dieser Methode (mit einfachen Zinsen nach Hoffmann) rabattiren, so käme man auf ein unrichtiges Resultat, denn der Gläubiger wäre benachtheiligt, der Schuldner im Vortheil. Diese Methode ist daher als unrichtig zu beanstanden.

Wird nun bei Zinseszinsen rabattirt, so hat man die Formel 2 §. 11. in Anwendung zu bringen. Man hat dann, wie vorhin statt K, n und p die angedeuteten Werthe in diese Formel einzuführen. Hiedurch entsteht folgende Darstellung:

$$3)\ R = \frac{1400.100}{104} + \frac{1360.100^2}{104^2} + \frac{1320.100^3}{104^3}$$
$$+\frac{1280.100^4}{104^4} + \frac{1240.100^5}{104^5} + \frac{1200.100^6}{104^6} + \frac{1160.100^7}{104^7}$$
$$+\frac{1120.100^8}{104^8} + \frac{1080.100^9}{104^9} + \frac{1040.100^{10}}{104^{10}}$$

Die Ausführung der hier angezeigten Geschäfte verlangt viele Arbeit, auch wenn man Logarithmen anwendet. Benutzt man aber die meiner Anleitung beigegebenen Tafeln, so kann man die Arbeit sehr abkürzen und man erhält folgende Werthe:

$$K = \frac{1400.100}{104} = 1400.0{,}9615385 = 1346{,}15384..$$

$$+\frac{1360.100^2}{104^2} = 1360.0{,}9245562 = 1257{,}39644..$$

$$+\frac{1320.100^3}{104^3} = 1320.0{,}8889964 = 1173{,}47519..$$

$$+\frac{1280.100^4}{104^4} = 1280.0{,}8548042 = 1094{,}14936...$$

$$+\frac{1240.100^5}{104^5} = 1240.0{,}8219271 = 1019{,}18961...$$

$$+\frac{1200.100^6}{104^6} = 1200.0{,}7903145 = 948{,}37743...$$

$$+\frac{1160.100^7}{104^7} = 1160.0{,}7599178 = 881{,}50466...$$

$$+\frac{1120.100^8}{104^8} = 1120.0{,}7306902 = 818{,}37302...$$

$$+\frac{1080.100^9}{104^9} = 1080.0{,}7025867 = 758{,}79367...$$

$$+\frac{1040.100^{10}}{104^{10}} = 1040.0{,}6755642 = 702{,}58673...$$

$$= 9999{,}9999 \ldots \text{ fl.}$$

Da der Werth des periodischen Dezimalbruches 0,9999... der Einheit gleich ist, so ist auch 9999,9999... = 10000 fl. Das oben aufgefundene Resultat fällt hiernach mit demjenigen zusammen, von welchem man nach dem vorigen §. ausging, und ist somit richtig.

Nachdem nun durch die beiden Rabattirungsmethoden zwei verschiedene Resultate gefunden wurden, so tritt nun der in 1 §. 10. aufgestellte Satz maßgebend auf. Da nun die Rabattirung bei einfachen Zinsen auf ein unrichtiges, die mit Zinseszinsen auf ein richtiges Resultat führt, so folgt hieraus, daß bei Ermittlung des gegenwärtigen Werthes mehrerer, während eines bestimmten Zeitraumes jährlich fälliger Summen nicht mit einfachen, sondern mit Zinseszinsen rabattirt werden muß, um ein richtiges Resultat zu erhalten.

Der hier ausgesprochene Satz beruht nun allerdings vorerst nur auf Nachweisungen an einem Falle. Es können

nun Zweifel darüber entstehen, ob hiedurch auch der Schluß ins Allgemeine begründet sei, und ob sich das hier gefundene Resultat auch an jedem andern bewahrheiten werde? Hierauf kann man bejahend antworten. Es läßt sich nämlich ganz allgemein zeigen, daß die Rabattirung mit einfachen Zinsen bei jedem beliebigen Zinsfuß auf einen andern und größern Werth führe als den wirklichen, und daß dagegen die mit Zinseszinsen immer auf den richtigen führen muß. Dieser Beweis ist p. 59. §. 28. meiner oben §. 4. angeführten Schrift ganz allgemein gegeben, und ich verweise den Leser, welcher sich hievon zu überzeugen wünscht, dorthin.

Hiemit ist der in §. 10. geforderte Beweis gegeben. Es bleibt nun noch übrig, die nöthigen Anwendungen hievon auf die Hoffmann'sche und Leibnitz'sche Methode zu machen, um auch durch Betrachtung besonderer Fälle die Behauptung zu bestätigen, daß nur die Leibnitz'sche Methode auf richtige Resultate führe und somit bei Berechnung des Interusuriums nur diese, nicht aber die Hoffmannsche, in Anwendung kommen könne. Ehe dieß jedoch geschieht, wird es gut sein, noch einige Bemerkungen zuzufügen, um etwaigen Mißverständnissen vorzubeugen.

§. 14.

Es ist nicht zu läugnen, daß der Fall, woran die Beweisart gezeigt wurde, besonders zu diesem Zwecke ausgewählt und construirt wurde. Dieß kann aber der Richtigkeit des Beweises keinen Abtrag thun. Er wurde nämlich aus dem Grunde gewählt, um bei dem Rückschluß zum Voraus den Werth zu kennen, worauf die etwa anzuwendenden Methoden führen müssen. Ein derartiger Einwurf wäre dann gegründet, wenn man auf dem nämlichen aber umgekehrten Wege den Rückschluß auf den ursprünglichen Werth, und von dem so gefundenen Resultat einen weitern Schluß auf die Prüfung der Methoden machen wollte. Der Rückgang wurde aber auf einem von der Erzeugung ganz verschiedenen Wege gewonnen.

Die Summen, um deren Rabattirung es sich in den beiden vorhergehenden §§. handelte, wurden durch ein bestimmtes Gesetz hervorgebracht, welches ihre Abhängigkeit von einander leicht erkennen läßt. Es ist aber durchaus nicht wesentlich, daß man das Gesetz kenne, wodurch die während eines bestimmten Zeitraums fällig werdenden Summen erzeugt werden, wenn nur einmal die Methode der Rabattirung festgestellt ist. Diese Summen können dann ganz willkührlich angenommen werden, können einander gleich sein, können steigen oder abnehmen. Dieß ist gleichgültig, denn es wird nur nöthig, ihre Größe zu kennen, um den ihnen entsprechenden gegenwärtigen Werth durch Rabattirung zu ermitteln. Soll aber dennoch die in §. 12. angegebene Entstehungsweise beibehalten werden, so thut dieß der Richtigkeit und Strenge des Beweises keinen Eintrag.

An eine Beschränkung ist vorerst die Anwendung der vorstehenden Methode gebunden, nämlich die, daß die später fällig werdenden Summen in Jahresfristen gezahlt werden. Ist dieß nicht der Fall und sollen die Summen in andern Zeitfristen gezahlt werden, so treten besondere Bestimmungen hiefür bei der Rabattirung ein, welche in §. 30. meiner Schrift aufgestellt sind. Immer bleibt aber die Rabattirung mit Zinseszinsen in Kraft, und die mit einfachen Zinsen ausgeschlossen.

Es zeigt sich ferner, daß von einem Vorwurf, als führe diese Methode auf Anatocismus, ernstlich nicht die Rede sein kann. Wird nämlich ein Kapital von 10000 fl. in zehn Jahren auf die in §. 12. angegebene Weise getilgt, so ist überall nicht von Zinseszinsen, sondern nur von einfachen Zinsen die Rede, denn der Schuldner zahlt in jedem Jahre einen Theil des Kapitals und die von dem noch rückständigen Kapitale jeweils fälligen einfachen Jahreszinsen, wie klar vorliegt. Kennt man nun die ursprünglich aufgenommene Schuld nicht, und soll sie aus den später fällig werdenden Summen erschlossen werden, so geben die bisherigen Entwicklungen die Methode zur Werthbestimmung an, und

zeigen, daß von zwei bisher vorgeschlagenen und angewendeten Methoden nur die eine (die mit Zinseszinsen) auf ein richtiges Resultat führe. Eine Reductionsmethode aber ist und bleibt Methode: d. h. Mittel zur Werthberechnung bei irgend einem Problem. Sie wird nie Inhalt, sondern bleibt eine Form des Ueberganges, wie jede in der Algebra oder Analysis aufgefundene Darstellung, und dient in besondern Fällen als Führer bei einer Rechnungsoperation. Wenn nun behauptet wird, wie oft geschah und noch geschieht, daß durch Anwendung einer auf Zinseszinsen beruhenden Reductionsmethode der Anatocismus in die Sache selbst eingeführt werde, so ist dieß eine solche Verwechslung der Begriffe, wie sie bei richtiger Würdigung der Sache nicht vorkommen sollte.

Ueberzeugender nicht, vielleicht aber einfacher möchte sich der eben angeführte Einwurf ein für allemal beseitigen lassen, wenn man eine andere Methode angibt, durch welche man in den hiehergehörigen Fällen aus den später fällig werdenden Summen den Werth des ihnen ursprünglich zugehörenden Kapitals auffinden kann, und die nicht auf der Rechnung mit Zinseszinsen beruht. Dieß soll hier geschehen.

§. 15.

Zweite, neue Methode, den gegenwärtigen Werth später fällig werdender Summen zu ermitteln.

Jemand hat innerhalb fünf Jahren folgende Summen zu fordern. Am Ende des ersten Jahres 610, am Ende des zweiten 606, am Ende des dritten 601, am Ende des vierten 595, am Ende des letzten 588 fl. Wie groß ist der gegenwärtige Werth dieser Forderung bei einem Zinsfuß von 5 Procent.

Die hier anzuwende Methode besteht darin, daß man die so fälligen Summen als aus Kapitalabtragungen und den jeweils fälligen Zinsen bestehend betrachte, beide von einander trenne, sämmtliche Kapitalabtragungen ermittle und zusammenzähle. Ihre Summe wird sofort dem gegenwärtigen

Werthe gleich sein. Man hat hiebei von den zuletzt fällig werdenden Summen aus- und allmälig auf die frühern überzugehen. Man verfahre daher so:

Am Ende des fünften Jahres sind 588 fl. (Kapitalrest und Zins davon zu 5 Proc.) fällig. Rabattirt man nun nach 1 oder 2 §. 11. diese Summe auf ein Jahr bei 5 Procent, so ergibt sich der Kapitalabtrag mit

$$x = \frac{58800}{105} = 560 \text{ fl.}$$

Am Ende des vierten Jahres werden 595 fl. (Kapitalabtrag nebst Zinsen vom rückständigen Kapital) gezahlt. Zu dem rückständigen Kapitale gehören die eben gefundenen 560 fl., denn sie waren am Ende des vierten Jahres noch nicht gezahlt, und trugen daher in diesem Jahre noch Zins, der in 595 enthalten ist. Zieht man daher den Jahreszins mit 28 fl. ab, so bleiben 567 fl. Kapitalabtrag mit einjährigen Zinsen. Hieraus ergibt sich der Kapitalabtrag mit

$$w = \frac{56700}{105} = 540 \text{ fl.}$$

Am Ende des dritten Jahres werden 601 fl. (Kapitalabtrag und Zinsen vom rückständigen Kapital) gezahlt. Die Zinsen enthalten auch die der beiden später fälligen Kapitalabträge mit $28 + 27 = 55$ fl. Werden diese von 601 abgezogen, so bleiben 546 fl. Kapitalabtrag mit einjährigen Zinsen. Der Kapitalabtrag in diesem Jahre ist sofort

$$v = \frac{54600}{105} = 520 \text{ fl.}$$

Die hier angegebene Methode tritt nun deutlich hervor. Man hat, so oft ein neuer Kapitalabtrag gefunden ist, die Zinsen von diesem und den spätern Kapitalabträgen anzugeben und ihre Summe von der im vorhergehenden Jahre fälligen abzuziehen, wodurch sofort ein Kapitalabtrag sammt einjährigen Zinsen gewonnen wird. Hieraus bestimmt sich sofort jedesmal ein neuer Kapitalabtrag. Am Ende des zweiten Jahres sind fällig 606 fl. Hievon den Zinsbetrag der

spätern Kapitalabträge mit 28 + 27 + 26 = 81 fl. ab, zibt 525 fl. Hieraus ergibt sich der Kapitalbetrag mit

$$u = \frac{52500}{105} = 500 \text{ fl.}$$

Am Ende des ersten Jahres sind fällig 610 fl. Hievon die Zinsen der später fälligen Kapitalabträge mit 28 + 27 + 26 + 25 = 106 fl. ab, gibt 504 fl. Der Kapitalabtrag am Ende des ersten Jahres ist daher

$$t = \frac{50400}{105} = 480 \text{ fl.}$$

Der gegenwärtige Werth dieser Forderung ist

560 + 540 + 520 + 500 + 480 = 2600 fl.

Von der Richtigkeit des so eben erhaltenen Werthes überzeugt man sich leicht durch eine Probe [1]). Wendet man nun die Rabattirung mit Zinseszinsen auf die Werthberech-

---

1) Diese Methode läßt sich durch eine algebraische Formel auf folgende Weise darstellen. Nennt man die Summe, welche der Reihe nach vom ersten bis letzten (n^{ten}) Jahre gezahlt werden S_1, S_2, S_3, . . . S_{n-2}, S_{n-1}, S_n, so ergibt sich der Theil des Kapitals, welcher im letzten Jahre abgezahlt wird und der Kn heißen soll nach 1 §. 11. durch folgende Formel:

$$K_n = \frac{S_n \cdot 100}{100 + p}$$

Um den Theil des Kapitals zu bestimmen, welcher im vorletzten Jahre abgetragen wird, hat man vorerst die Zinsen zu bestimmen, welche das im letzten Jahre fällige Kapital erträgt, so lange es noch nicht abgezahlt ist. Sie sind $-\frac{K_n\, p}{100}$. Man hat sie nur von der am Ende des vorletzten Jahres zu zahlenden Summe abzuziehen und den hieraus entstehenden Rest zu rabattiren. Hiernach ist der Werth des Theils, welcher am Ende des vorletzten Jahres am Kapitale abgetragen wird

$$K_{n-1} = \left(S_{n-1} - \frac{K_n\, p}{100}\right)\frac{100}{100+p} = \frac{S_{n-1}\ 100}{100+p} - \frac{K_n\, p}{100+p}$$

Nun hat man die Zinsen zu bestimmen, welche sich aus den Summen, die in den beiden letzten Jahren am Kapitale abgetragen wurden, ergeben und sie von der im drittletzten Jahre

nung an, ſo erhält man aus 2 §. 11. und mit Hülfe der in meiner Anleitung angegeben Tafeln folgende Darſtellung:

$$R = \frac{610 \cdot 100}{105} + \frac{606 \cdot 100^2}{105^2} + \frac{601 \cdot 100^3}{105^3} + \frac{595 \cdot 100^4}{105^4} + \frac{588 \cdot 100^5}{105^5}$$

$$= 580{,}9524 \ldots = 2599{,}9999 \ldots = 2600 \text{ fl.}$$

549,6598 . . .
519,1663 . . .
489,5079 . . .
460,7134 . . .

wie vorhin. Wendet man aber die Rechnung mit einfachen Zinſen (Hoffmann'ſche Methode) an, ſo iſt

$$R = \frac{61000}{105} + \frac{60600}{110} + \frac{60100}{115} + \frac{59500}{120} + \frac{58800}{125}$$

---

fälligen Summe abzuziehen, dann den hieraus entſtehenden Reſt auf ein Jahr zu rabattiren. Der Theil des Werthes, welcher am Ende des drittletzten Jahres am Kapital abgetragen wird, iſt daher

$$K_{n-2} = \left(S_{n-2} - \frac{K_n\, p}{100} - \frac{K_{n-1}\, p}{100} \right) \frac{100}{100 + p}$$

$$= \frac{100\, S_{n-2}}{100 + p} - \frac{(K_{n-1} + K_n)\, p}{100 + p}$$

Der Werth der Summe, welche am Ende des viertletzten Jahres am Kapital abgetragen wird, iſt

$$K_{n-3} = \left(S_{n-3} - \frac{K_{n-2}\, p}{100} - \frac{K_{n-1}\, p}{100} - \frac{K_n\, p}{100} \right) \frac{100}{100 + p}$$

$$= \frac{100\, S_{n-3}}{100 + p} - \frac{(K_{n-2} + K_{n-1} + K_n)\, p}{100 + p}$$

u. ſ. w. Dieſe Schlußweiſe kann man durch alle Jahre fortſetzen. Geſchieht dieß, ſo findet man ſofort durch allmälige Darſtellung der Werthe von K_n, K_{n1}, K_{n2}, K_3, K_2, K_1, die Kapitalabtragungen, wodurch der geſuchte gegenwärtige Werth der ſo fälligen Summen ermittelt iſt. Das Bildungsgeſetz hiefür läßt ſich leicht aus den mitgetheilten Formeln erkennen.

= 580,9524 . . . = 2620,7034 fl.
550,9090 . . .
522,6086 . . .
495,8333 . . .
470,4000 . . .

Dieser Werth ist, wie man sieht, größer als der richtige.

Bei der so eben angegebenen Methode, den gegenwärtigen Werth künftig fälliger Summen zu ermitteln, ist auch nicht entfernt von Zinszins die Rede. Dennoch führt sie mit der auf der Zinszinsrechnung beruhenden Reductionsmethode auf ein und dasselbe Resultat. Der Einwurf gegen offenen und versteckten Anatocismus ist daher ganz ungegründet, und beruht bei näherer Prüfung auf Unkenntniß der Sache.

Die hier aufgestellte Methode ist nicht deßwegen mitgetheilt, weil ich sie für wichtig oder für besonders zweckmäßig halte, sondern nur um einerseits den Einwurf des Anatocismus zu entfernen, und andrerseits die Richtigkeit der in §. 10. ff. aufgestellten Sätze zu bestätigen.

Es ist nun noch übrig zu zeigen, daß die Berechnung des Interusuriums mit dem in §. 13. und 14 behandelten Probleme zusammenfällt.

In solchen Fällen, worin mehrere Summen in dort angedeuteten Terminen gezahlt werden sollen, ist die Sache klar. Häufig handelt es sich aber um die Auszahlung von nur *einer* künftig fälligen Summe. Auch dieser Fall gehört hierher, denn es kommen immer die Ansprüche zweier Personen, des Schuldners und Gläubigers, in Frage. Der Schuldner hat nun die während der Nutznießungszeit jährlich fälligen Zinsen, also eine Reihe von Zahlungen anzusprechen, die als solche einander gleich sind und deren gegenwärtiger Werth nur auf die oben angegebene Weise *richtig* berechnet werden kann. Von den subtilen Unterscheidungen, wofür die so fällig werdenden Zinsen nach römischem Rechte gelten sollen, und wann sie als fällig angenommen werden sollen, ist in der That abzusehen.

Als etwas müssen sie angesehen werden, darüber sind

die Vertheidiger der Hoffmann'schen und Leibnitz'schen Methode einverstanden, sonst könnte man gar zu der Folgerung kommen, daß sie gar keinen Werth haben und also auch nicht in die Rechnung aufgenommen werden können.

§. 16.

Mit den gegebenen Erörterungen möchte nun der Beweis vollständig geliefert sein, daß eine der beiden in §. 13. und 15. angegebenen Methoden bei Ermittlung des Interusuriums in Anwendung kommen muß, und daß dagegen die Hoffmann'sche Methode hievon ausgeschlossen ist. Es wird jedoch zweckmäßig sein, die Richtigkeit des Gesagten noch an der Betrachtung einzelner Fälle nachzuweisen.

Wir wenden nun vorerst die Hoffmannsche Methode auf einen bestimmten Fall an, ermitteln nach ihr die Ansprüche des Gläubigers und Schuldners und zeigen, daß die hieraus sich ergebenden gegenseitigen Forderungen nicht zusammen bestehen können.

Der bequemen Rechnung wegen nehmen wir an, daß nach zehn Jahren ein Kapital von 2000 fl., das zu 5 Procent benutzt werden kann, unverzinslich fällig sei und bestimmen zuerst die Forderung des Gläubigers. Sie findet sich, wenn $p = 5$, $n = 10$, $K = 100$ in 1 §. 11. gesetzt wird und ist

$$x = \frac{2000 . 100}{150} = 1333\,1/3 \text{ fl.}$$

Nach der gewöhnlich herrschenden Ansicht der Vertheidiger der Hoffmann'schen Methode gebührt nun dem Schuldner als Aequivalent für seine Ansprüche

$$J = 2000 - 1333\,1/3 = 666\,2/3 \text{ fl.}$$

Nun kann aber der Schuldner mit Recht fordern, daß der Werth seiner Ansprüche nach der nämlichen Rechnung bemessen werde. Er erhält nun jährlich während 10 Jahren 100 fl. Der gegenwärtige Werth dieser Ansprüche wird sich nun aus der Gleichung 1 §. 11. ergeben, wenn man $p = 5$,

K = 100 und ſtatt n allmälig die Werthe 1, 2, 3, ... 10 ſetzt. Hiernach iſt

$$J = \frac{10000}{105} + \frac{10000}{110} + \frac{10000}{115} + \frac{10000}{120} + \frac{10000}{125} + \frac{10000}{130} + \frac{10000}{135} + \frac{10000}{140} + \frac{10000}{145} + \frac{10000}{150}$$

Werden nun dieſe Werthe der Reihe nach berechnet, ſo erhält man

1) J = 95,23809 . . . = 794,49491 . . . fl.
90,90909 . . .
86,95652 . . .
83,33333 . . .
80,00000 . . .
76,92307 . . .
74,07407 . . .
71,42857 . . .
68,96551 . . .
66,66666 . . .

Der Gläubiger fordert nun 1333,33 fl., der Schuldner auf den Grund gleicher Behandlungsweiſe 794,4949.. fl.; beide zuſammen 2127,8282 . . fl. alſo mehr, als vorhanden iſt, was offenbar zu einer Abſurdität führt. Dieſer Fehler wird aber, wie oben §. 13. gezeigt wurde, jedesmal bei Anwendung der Hoffmann'ſchen Methode begangen. Wird nun dieſe Methode zur Berechnung des Interuſuriums in der gewöhnlichen Weiſe benutzt, ſo wird offenbar jedesmal der Schuldner beeinträchtigt.

Behandelt man nun den vorliegenden Fall nach der Leibnitz'ſchen Methode, ſo findet man die Forderung des Gläubigers, wenn man K = 2000, n = 10, p = 5 in 2 §. 11. ſetzt. Sie iſt

$$x = \frac{2000 . 100^{10}}{105^{10}} = 2000 . 0{,}6139133 = 1227{,}8266 \text{ fl.}$$

Die Forderung des Schuldners beſtimmt ſich nach der gewöhnlichen Weiſe, indem man den gefundenen Werth von 2000 fl. abzieht. Hiernach iſt

$$J = 2000 - 1227{,}8266 = 772{,}1734 \text{ fl.}$$

Da auch hier der Schuldner fordern kann, daß man seine Ansprüche nach dem nämlichen Maßstab ermitteln soll, so geschieht dieß, wenn man $K = 100$, $p = 5$ und statt n allmälig die Werthe 1, 2, 3 . . . 10 in 2 §. 11. setzt. Hieraus entsteht

$$J = \frac{100.100}{105} + \frac{100.100^2}{105^2} + \frac{100.100^3}{105^3} + \frac{100.100^4}{105^5} \ldots + \frac{100.100^{10}}{105^{10}}$$

Werden die angezeigten Geschäfte ausgeführt, so entsteht, wenn die nöthigen Werthe aus den Tafeln meiner Anleitung genommen werden

2) $J = 95{,}2381 \ldots = 772{,}1731 \ldots$ fl.
90,7029 . . .
86,3837 . . .
82,2702 . . .
78,3526 . . .
74,6215 . . .
71,0681 . . .
67,6839 . . .
64,4608 . . .
61,3913 . . .

Der Gläubiger fordert nun 1227,8266 . . . fl., der Schuldner 772,1731 fl. Zusammen fordern beide 1227,8266 + 772,1731 = 1999,9997 . . fl. = 2000 fl. Denn die Differenz in der vierten Decimalstelle kommt von der Vernachlässigung der darauf folgenden Zahlen her. Der Werth beider Forderungen kommt daher der vorhandenen Summe vollkommen gleich. Daß dieß nicht Zufall ist, sondern immer eintreffen muß, läßt sich leicht nachweisen, wie man sich aus §. 48. p. 116. meiner Anleitung überzeugen kann.

Man kann nun auch die in §. 15. angegebene Methode zur Ermittlung des Werthes der Ansprüche des Schuldners benutzen. Man hat zu dem Ende sämmtliche im Laufe der Zeit fälligen Summen, von denen jede 100 fl. beträgt,

auf die dort angegebene Weise zu betrachten und zu behandeln.

Am Ende des zehnten Jahres sind 100 fl. fällig. Der hievon als Kapital anzusehende Theil ist nach 1 §. 11.

$$x = \frac{1000}{105} = 95{,}2380952 \ldots \text{ fl.}$$

Die einjährigen Zinsen zu fünf Procent sind hiervon 4,761904 ... fl. Zieht man sie von 100 fl., (der am Ende des neunten Jahres fälligen Summe) ab, so erhält man 95,2380952 ... fl. Der hiervon als Kapital anzusehende Theil ist

$$w = \frac{100 \,.\, 95{,}2380952 \ldots}{105} = 90{,}7029478 \ldots \text{ fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hiervon sind 4,5351473 .. fl. Zählt man diese und die des folgenden Jahres zusammen, so erhält man 9,297052 ... fl. Zieht man diese Summe von 100 fl., (der am Ende des achten Jahres fälligen Summe) ab, so erhält man 90,7029478 ... fl. Der hiervon als Kapital anzusehende Theil ist

$$v = \frac{100 \,.\, 90{,}702974 \ldots}{105} = 86{,}3837598 \ldots \text{ fl.}$$

Fährt man auf diese Weise fort, so erhält man vom ersten Jahre an der Reihe nach für die verschiedenen Jahre folgende Kapitalwerthe:

3) J = 61,39132 ... = 772,1734 ... fl.
64,46089 ...
67,68393 ...
71,06813 ...
74,62154 ...
78,35261 ...
82,27024 ...
86,38375 ...
90,70294 ...
95,23809 ...

Dieß ist die nämliche Summe, welche in 2 gefunden wurde. Sie differirt zwar in der vierten Decimalstelle von

der dort gefundenen um drei Einheiten. Dieß erklärt ſich dadurch, daß die Decimalbrüche auf eine größere Stellenanzahl berechnet ſind, als die in den Tafeln angegebenen, wodurch ſich hier ein genaueres Reſultat herausſtellt. Ferner iſt zu bemerken, daß in der Darſtellung 3 die nämlichen Werthe im Einzelnen, jedoch in umgekehrter Ordnung, wie in 2 gefunden wurden. Die Methode der Ableitung iſt durchaus verſchieden, denn nach der Zinszinsmethode hat die am Ende des erſten Jahres fällige Summe gegenwärtig den nämlichen Werth, welchen nach der zweiten Methode die Zahlung des letzten Jahres hat. Die nämlichen Summen ſind daher in beiden Rechnungen ihrem Inhalte nach verſchieden.

§. 17.

Die Richtigkeit der in den vorhergehenden §§. vorgetragenen Bemerkungen läßt ſich auch dadurch beſtätigen, daß man die in §. 16. gefundenen Reſultate noch einer beſondern Prüfung unterwirft, indem man nämlich von dem gegenwärtigen Werth der Forderung des Schuldners ausgeht, ihn von Jahr zu Jahr verfolgt und unterſucht, ob durch die ihm zugewieſene Summe ſeine Anſprüche vollkommen im Laufe der Zeit befriedigt werden.

Nach den in 2 und 3 §. 16. angewendeten Methoden hat der Schuldner 772,173 . . . fl. zu fordern. Nach der Hoffmann'ſchen Methode (erſte Rechnung) werden ihm $666\frac{2}{3}$ fl. zugewieſen. Nach derſelben Methode (zweite Rechnung) fordert er ſelbſt 794,495 . . . fl. Unterſucht man die Erträgniſſe dieſer drei Summen im Laufe der zehn Jahre nach deren Verfluß das Kapital von 2000 fl., das zu 5 Procent angelegt werden kann, fällig iſt, ſo gibt das nachfolgende Schema hierüber Aufſchluß.

	Zinszinsmethode (Leibn.) §. 13. u. 15.	Hoffmann'sche Methode, erste Rechnung.	Hoffmann'sche Methode, zweite Rechnung.
Forderung des Schuldners	772,1734...	666,666...	794,4958...
Hiezu der Jahreszins	38,6087...	33,333...	39,7247...
Stand am Ende des 1. Jahres	810,7821...	700	834,2206...
1. Forderung ab . .	100	100	100
	710,7821	600	734,2206
Hiezu der Jahreszins	35,5391	30	36,7110
Stand am Ende des 2. Jahres	746,3212	630	770,9316
2. Forderung ab . .	100	100	100
	646,3212	530	670,9316
Hiezu der Jahreszins	32,3161	26,5	33,5465
Stand am Ende des 3. Jahres	678,6373	556,5	704,4781
3. Forderung . . .	100	100	100
	578,6373	456,5	604,4781
Hiezu der Jahreszins	28,9319	22,825	30,2239
Stand am Ende des 4. Jahres	607,5692	479,325	634,7029
4. Forderung ab . .	100	100	100
	507,5692	379,325	534,7020
Hiezu der Jahreszins	25,3785	18,96625	26,7351
Stand am Ende des 5. Jahres	532,9477	398,29125	561,4371
5. Forderung ab . .	100	100	100
	432,9477	298,29125	461,4371
Hiezu der Jahreszins	21,6474	14,91456	23,0718
Stand am Ende des 6. Jahres	454,5951	313,20581	484,5089
6. Forderung ab . .	100	100	100
	354,5951	213,20581	384,5089
Hiezu der Jahreszins	17,7297	10,66029	19,2255
Stand am Ende des 7. Jahres	372,3248	223,86610	403,7344
7. Forderung ab . .	100	100	100
	272,3248	123,8661	303,7344
Hiezu der Jahreszins	13,6162	6,1933	15,1868

	Zinszinsmethode (Leibn.) §. 13. u. 15.	Hoffmann'sche Methode, erste Rechnung.	Hoffmann'sche Methode, zweite Rechnung.
Stand am Ende des 8. Jahres	285,9410	130,0594	318,9211
8. Forderung ab . .	100	100	100
	185,9410	30,0594	218,9211
Hiezu der Jahreszins	9,2971	1,5029	10,9460
Stand am Ende des 9. Jahres	195,2381	31,5623	229,8671
9. Forderung ab . .	100	100	100
	95,2381	-68,4377	129,8671
Hiezu der Jahreszins	4,7619	3,4218	6,4933
Stand am Ende des 10. Jahres	100,0000	-71,8595	136,3604
10. Forderung ab . .	100	100	100
Stand nach der letzten Zahlung	000	-171,8595	36,3604

Aus dieser Zusamenstellung geht hervor, daß durch die Summe 772,1734 . . . fl. die Forderung des Schuldners vollkommen befriedigt wird; daß er aber zu wenig erhält, wenn ihm $666^2/_3$ fl. zugewiesen werden, daß er zuviel erhält, wenn ihm 794,4958 fl. zugestanden werden.

Dächte man sich die Sache nun so, daß eine dritte Person es übernähme, die Forderung des Schuldners im Laufe der Zeit zu befriedigen, so könnte er alle Verpflichtungen, welche er sofort übernimmt, durch die Summe 772,173.. fl. erfüllen. Bekäme er nur $666^2/_3$ fl., so erwüchse ihm ein Schaden von 171,8595 fl. und er müßte diese Summe aus eigenen Mitteln bestreiten. Bekäme er 794,49.. fl., so hätte er am Ende 36,36.. fl. Gewinn.

Es bestätigt sich daher wiederholt die Behauptung, daß die Hoffmann'sche Methode zu unrichtigen Werthen führt, und daher unzulässig ist.

Vergleicht man nun hiemit die Rechnung, welche F. Zachariä §. 10. p. 27 ff. der oben angeführten Schrift aufstellt, um die Hoffmann'sche Methode zu rechtfertigen, so müssen die Annahmen in der That überraschen, wozu er zu

greifen gezwungen ist, um eine unhaltbare Methode zu vertheidigen. Auf die Erörterung und Widerlegung aller dieser Annahmen einzugehen, möchte deßwegen nicht nöthig sein, weil es sich nach unserer Ansicht vorerst darum handelt, die hier vorgelegten Thatsachen und aufgestellten Sätze und die darauf gegründeten Entwicklungen zu zernichten, ehe willkührliche Annahmen gemacht und zur Basis einer Schlußfolgerung benutzt werden können.

Wem übrigens das bisher Beigebrachte nicht genügen sollte, um sich von der Unrichtigkeit der Hoffmann'schen Methode zu überzeugen, dem ist zu bemerken, daß sie auf die nämliche Absurdität führt, wegen welcher die Carpzov'sche schon längst allgemein verworfen wurde.

Die Carpzov'sche Methode weis't nämlich bei nicht zu kleinen Zeiträumen eine solche Summe dem Schuldner zu, daß sie nicht nur die später fällige Summe ganz absorbirt, sondern dem Gläubiger sogar noch eine Zahlung zumuthet.

Zu der nämlichen Absurdität führt die Hoffmann'sche Methode, wenn der Zeitraum etwas größer für die später fällige Schuld gegriffen wird. Es tritt dann hier der Fall ein, daß der Gläubiger entweder *nichts* bekäme, oder dem Schuldner noch *herauszahlen* müßte. Dieß ändert aber die Sache an sich in gar nichts, denn die Zeit behält als solche immer die gleiche Eigenschaft, sie mag sich auf eine kleinere oder größere Anzahl von Jahren erstrecken.

Um das Gesagte thatsächlich zu belegen, nehmen wir an, daß 2000 fl. erst nach Verfluß von 100 Jahren fällig sind, und unterdessen von dem Schuldner zu 5 Procent benutzt werden können und bestimmen den gegenwärtigen Werth seiner Forderung nach der Hoffmann'schen Methode durch die Formel 1 §. 11. Hiernach ist nöthig $K = 100$, $p = 5$ und statt n allmälig die Werthe 1, 2, 3 ... 100 zu setzen. Dadurch entstehen 100 Glieder, welche den gegenwärtigen Werth der Forderung des Schuldners auf folgende Weise bestimmen:

$$R = \frac{10000}{105} + \frac{10000}{110} + \frac{10000}{115} + \frac{10000}{120} + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots \frac{10000}{585} + \frac{10000}{590} + \frac{10000}{595} + \frac{10000}{600}$$

Um nun den fraglichen Werth zu finden, hat man mit den hundert Zahlen 105, 110, 115, 120, . . . 595, 600 die Zahl 10000 zu theilen und die hiedurch entstehenden Quotienten zusammen zu zählen. Dieß verursacht eine große und undenkbare Arbeit. Man kann alle diese Geschäfte umgehen, wenn man die in meiner Anleitung §. 13. Nro. 2. p. 19 angegebene Formel benutzt, welche den hier zu suchenden Werth auf einfachere Weise bestimmen lehrt. Geschieht dieß, so erhält man durch Einführung der erforderlichen Werthe

$$R = 10000\left(\frac{\text{log. nat. } 600}{5} + \frac{1}{2.600} - \frac{5}{12.600^2} + \frac{5^3}{120.600^4}\cdots\right.$$
$$\left. - \frac{\text{log. nat. } 105}{5} + \frac{1}{2.105} + \frac{5}{12.105^2} - \frac{5^3}{120.105^4}\cdots\right)$$
$$= 3617{,}2676 \ldots \text{ fl.}$$

In dieser Rechnung sind, wie angezeigt, natürlich Logarithmen zu nehmen. Hiernach fordert der Schuldner 3617,26.. fl. also mehr, als vorhanden ist und der Gläubiger müßte ihm, im Falle einer Vorauszahlung, noch 1617,26.. fl. herausgeben. Man ist also durch die Hoffmann'sche Methode auf die unhaltbare Forderung gelangt, wegen welcher die Carpzov'sche Methode für unzulässig erklärt wurde.

Der eben angeführte Fall mag allerdings zu den unwahrscheinlichen gehören, aber er zeigt, was er zeigen soll, daß die Hoffmann'sche Methode unzulässig ist. Der Zeitraum wurde deßwegen so hoch gestellt, damit das Ungereimte dieser Methode recht deutlich hervortrete. Schon nach dreißig und einigen Jahren wird die gleiche Erscheinung, jedoch nicht so stark, hervortreten.

Nimmt man, um dieß zu zeigen, an, daß das genannte Kapital schon nach vierzig Jahren fällig ist, so hat man die eben angeführte Formel zu benutzen und darin $n = 40$

zu ſetzen. Dadurch entſteht der gegenwärtige Werth der Forderung des Schuldners und man erhält

$$R=100.100\left(\frac{\log.\,nat.\,300}{5}+\frac{1}{2.300}-\frac{5}{12.300^2}+\frac{5^3}{120.300^4}\cdots\right.$$
$$\left.-\frac{\log.\,105}{5}+\frac{1}{2.105}+\frac{5}{12.105^2}\cdots\right)$$
$$=2164{,}2815\ldots\text{ fl.}$$

Auch in dieſem Falle iſt, wie bemerkt, die Forderung des Schuldners größer, als ſeine Schuld, und man ſieht die vorhin ausgeſprochene Behauptung ſogar in einem möglichen Falle beſtätigt.

Mit dieſer Thatſache iſt die Anſicht derer, welche die Hoffmann'ſche Methode für richtig, oder gar für die einzig richtige halten, unvereinbar.

§. 18.

Faßt man nun den Inhalt der bisherigen Unterſuchungen zuſammen, ſo wird man zu folgenden Behauptungen geführt:

1) Die Hoffmann'ſche Methode führt in allen Fällen, wo ſie zu Berechnung des Interuſuriums angewendet wird, zu unrichtigen Reſultaten.

Ermittelt man nach ihr den Werth der Anſprüche des Gläubigers und bemißt man nach dem ſo gefundenen Reſultate den Werth der Anſprüche des Schuldners, ſo erhält der Gläubiger zu viel, der Schuldner zu wenig. Ermittelt man aber nach ihr den Werth der Anſprüche des Schuldners, ſo erhält der Schuldner zu viel und der Gläubiger zu wenig. In beiden Fällen wird daher ein Unrecht begangen.

Ermittelt man gleichzeitig nach ihr den Werth der Anſprüche des Gläubigers und Schuldners, ſo ſind die Forderungen beider zuſammen immer größer als die zu vertheilende Summe. In dieſem Fall führt die Methode auf einen Widerſpruch.

Eine Ausnahme hiervon macht der Fall, wenn das Interuſurium nur auf ein Jahr zu berechnen iſt. Die Hoff-

mann'ſche Methode fällt dann mit der Zinszinsmethode zuſammen.

2) Die auf Zinszins beruhende Reductionsmethode (Leibnitz'ſche), ſo wie die in §. 15. angegebene führen immer auf ein und daſſelbe, das richtige Reſultat.

Sie begegnen allen eben bezeichneten Mißſtänden und beruhen auf einer, der Natur der Sache entnommenen, Grundlage.

§. 19.

Nachdem nun die Reſultate der bisherigen Unterſuchungen und die Schlußreihe, worauf ihre Richtigkeit beruht, vorgelegt ſind, bleibt noch übrig, auf Einzelnes, was früher berührt wurde, zurückzukommen.

Der Einwurf, daß die auf Zinseszins beruhende Reductionsmethode (Leibnitz'ſche) den Anatocismus, offen oder verſteckt, in ſich ſchließe, wurde ſchon früher gewürdigt und beſeitigt. Sollte Jemand ungeachtet der oben §. 8, 6 Nro. 2. angeführten Anſichten mehrerer Rechtsgelehrten und der in §. 14. gemachten Bemerkungen noch nicht von der Unhaltbarkeit dieſes Einwurfs überzeugt ſein, ſo iſt er, wie bemerkt, auf die in §. 15. von mir aufgeſtellte, in §. 16. angewendete und von der Leibnitz'ſchen ganz verſchiedene Methode zu verweiſen, bei welcher nicht entfernt von Zinseszinſen die Rede iſt, da ſie auf einer andern Rechnungsoperation beruht, und doch genau auf das nämliche Reſultat wie die Zinszinsmethode führt und führen muß.

Gäbe es aber auch die eben angeführte, dieſen Einwurf vollkommen beſeitigende Methode nicht, und lägen nur die in §. 9—13. und §. 17. gegebenen Nachweiſungen vor, ſo müßte nach meiner Ueberzeugung dennoch dieſer Einwurf fallen, wenn er auch noch ſo gegründet wäre. Denn wollte man darauf hin die auf der Zinszinsrechnung beruhende Methode verwerfen und die Hoffmann'ſche in der Wirklichkeit anwenden, ſo hieße das ſo viel, als eine richtige Methode verwerfen und eine unrichtige, und eben deßwegen Unrecht

begehende, an ihre Stelle setzen. Stünde daher in der That der Anwendung der auf Zinszinsrechnung beruhenden Methode sogar ein positives Gesetz entgegen, so träte es mit der Wahrheit und dem Rechte in Widerspruch und man würde sofort in richtiger Würdigung der Verhältnisse vielmehr zu der Nothwendigkeit geführt, ein Gesetz, das auf unrichtiger Basis beruht, aufzuheben und durch das richtige zu ersetzen, als es ferner bestehen zu lassen.

Mit diesen Bemerkungen fallen nun auch die beiden andern gegen diese Methode gemachten und in §. 8. a, 2 und 3 angeführten Einwürfe, wornach sie den Verhältnissen des wirklichen Lebens weniger als die Hoffmann'sche entspreche, weniger leicht anwendbar sei und den Gläubiger beeinträchtige. Der hier vorgelegte Calcul behandelt, wie man erkennt, die Sache ganz objectiv, mißt dem Schuldner und Gläubiger den wahren Werth seiner Forderung zu und vermeidet gerade dadurch jede Ungerechtigkeit, die sich an die Anwendung der Hoffmann'schen Methode knüpft. Indem er nun die beiden Interessenten nach dem gleichen Maßstabe behandelt, macht er auch an beide gleiche Anmuthung, wie sich leicht aus der Verfolgung des in §. 17. aufgestellten Schema's ergibt. Kann der Gläubiger die Zinsen aus der ihm zugetheilten Summe (namentlich wenn sie klein ist) nicht zur rechten Zeit gewinnen und wieder zinstragend anlegen, so wird es auch dem Schuldner nicht immer gelingen, das ihm zugewiesene Kapital unter denjenigen Bedingungen zinstragend anzulegen, welche das Schema angibt. Keiner kann sich daher beklagen, da es sich um Beantwortung der Hauptfrage: Ermittlung *des wahren und richtigen Werthes der Ansprüche beider* handelt, der bei kleinern oder größern Summen immer nur ein bestimmter sein kann. Kommen Unbequemlichkeiten bei der Ausführung vor, so können diese keinen Grund dagegen abgeben. Sie stehen in zweiter Linie und gelten dem einen, wie dem andern.

Es findet nun auch der oben in §. 1. angeführte, von F. *Zachariä* gemachte Vorwurf seine Erledigung, wornach

eine mathematische Begründung hier unzulässig ist, welche die Ergebnisse ihrer Speculation in ein für dieselbe gar nicht geeignetes Staatsleben einführen will und dabei die Bestimmung der Gesetze so gänzlich unberücksichtigt läßt und ihre unter gewissen willkührlich angenommenen Bedingungen mathematisch richtige Resultate den positiven Vorschriften des Rechtes substituirt. Die Sätze, worauf unsere Entwickelungen und Schlußreihe beruht, liegen vor. Der Leser kann urtheilen, ob es willkührlich angenommene Bedingungen sind, oder ob sie nicht vielmehr alle Willkühr ausschließen, welche sich namentlich Zachariä §. 10. zu Schulden kommen läßt.

Die Bedenklichkeiten und Inconsequenzen, welche bei Anwendung der Hoffmann'schen Methode in den Fällen vorkommen, wenn mehrere zu verschiedenen Zeiten fällige Kapitalien, oder Renten den Gegenstand der Untersuchung bilden, wovon Schrader in seiner Abhandlung p. 190. und F. Zachariä in seiner Schrift §. 10. p. 42. das Nähere verhandeln, und worüber unter den Anhängern der Hoffmann'schen Methode (vergl. F. Zachariä p.. 42—65.) viel hin und her gestritten wird, fallen durch sich selbst weg, wenn nach den hier aufgestellten Sätzen verfahren wird, wie dieß nicht anders sein kann. Hat man einmal eine richtige Methode festgestellt, so muß es, einer richtigen Logik zufolge, einerlei sein, ob nur ein Fall oder mehrere (Rente) nach ihr zu behandeln sind. Führt eine Methode in einem Falle zu einem richtigen Resultate, so muß sie es auch in mehreren zusammengehörigen Fällen thun, denn die Unterscheidung zwischen der Behandlungsweise eines oder mehrerer Fälle nach einer Methode wird inhaltsleer und muß es werden, wo nicht, so ist gegründeter Verdacht gegen die Richtigkeit einer Methode vorhanden.

Endlich ist noch auf einen Punkt aufmerksam zu machen, worauf F. Zachariä, der eifrigste Vertheidiger der Hoffmann'schen Methode, (p. 44 — 46.) großes Gewicht zu

legen scheint. Um den Sinn nicht zu alteriren, ist die Stelle in der Note [1]) wörtlich mitgetheilt.

Ich habe mich bisher der Erörterung aller hieher gehörigen Rechtsfragen enthalten, da sie mir fremd sind, und habe die hier mitgetheilten Untersuchungen auf den mir heimi-

---

1) „Nach allem diesem ist also die von jedem Vorwurfe der Inconsequenz befreite Hoffmann'sche Berechnungsweise des Interusurii die einzig richtige. Doch muß hier eine Modifikation beigefügt werden, die — merkwürdig genug — von allen Rechtslehrern, welche über das Interusurium geschrieben haben, gänzlich unbeachtet geblieben ist. Die Beschränkung nämlich, daß rückständige Zinsen das alterum tantum des Kapitals nicht übersteigen dürfen, muß hier eben so gut ihre Wirksamkeit äußern, wie bei der gewöhnlichen Zinsenberechnung. Denn wenn durch Abrechnung des Interusurii eine in der frühern Zeit dem später fälligen Kapitale gleiche Summe ermittelt werden soll, so muß doch der Zeitenlauf der Zinsen hiebei nicht weniger in Berücksichtigung kommen, als alle übrigen von den Zinsen geltenden Bestimmungen. Sollen z. B. 100 zu 5 Procent pro Anno auf 25 Jahre reducirt werden, so würde ohne Berücksichtigung der letztern Zinsbeschränkung sich eine Summe von 44,4444 ... ergeben. Hier ist aber offenbar das Interusurium größer als die Summe, wovon es berechnet ist, was den Gesetzen, nach denen die Zinsen, so fern sie mit einem Male zur Berücksichtigung kommen, die Summe des Kapitals nie übersteigen dürfen, schnurstracks entgegen läuft. Es können daher, damit das duplum nicht überschritten werde, in der gesetzten Zeit von 25 Jahren nach dem nämlichen Zinsfuße von $^1/_{20}$ pro anno aus jenem Kapitale 44,4444 ... immer nur 88,8888 ... werden, und die ursprünglich zu reducirende Summe von 100 wird nie erreicht. Die Summe von 50 ist es demnach in dem gesetzten Beispiele, welche den nach 25 Jahren fälligen 100 gleich ist, weil nach der gesetzlichen Vorschrift keine geringere Summe als diese in jener Frist den Werth des zu reducirenden Kapitals erreichen kann. Dieß gibt denn die bisher, wie gesagt, völlig unbeachtet gebliebene Regel: die Hoffmann'sche Berechnungsweise des Interusurii muß mit der Beschränkung angewendet werden, daß der aufgesuchte Werth nie weniger als die Hälfte des zu reducirenden Kapitals betragen darf."

schen Boden der Mathematik bezogen. Wenn ich daher doch auf den Inhalt dieser Stelle eingehe, so geschieht es nur in so weit, als durch ihn die bisher ganz im Allgemeinen gehaltenen Untersuchungen in einen bestimmten Zeitraum eingegrenzt werden, und in soweit, als die aufgestellte Deduction den Grundsätzen einer richtigen Interpretation zu widersprechen scheint. Die genannte Beschränkung bezieht sich nämlich nach den angeführten Worten auf rückständige Zinsen, also auf den Fall, daß ein Gläubiger die während eines bestimmten Zeitraums fällig gewordenen Zinsen nicht eingezogen und ein bestimmter Thatbestand sich herausgestellt hat. Daß nun dieses Gesetz auch auf künftig fällig werdende Zinsen zu beziehen sei, scheint mir nicht zulässig. Sollte es anwendbar sein, so müßte der Gläubiger die Zinsen des ihm zugewiesenen Kapitals durch eine Reihe von Jahren nicht eingezogen haben, damit sie dem Gesetze verfallen können. Ein Gesetz aber auf den Fall, daß der Thatbestand für seine Anwendung eintreten könnte, anwenden wollen, scheint auf einer Begriffsverwechselung zu beruhen, denn das Gesetz kann doch erst dann Anwendung finden, wenn der Thatbestand wirklich eingetreten ist. Hiezu kommt, daß durch die angeführte Beschränkung offenbar eine Ungerechtigkeit gegen den Schuldner ausgeübt würde. Ferner ergäbe sich die ganz eigenthümliche Inconsequenz, daß das Gesetz dem Schuldner den Genuß eines Vortheils in der Wirklichkeit durch jede beliebige Zahl von Jahren zuweist und ihn in dessen Besitze schützt; die Berechnung und Anrechnung des Vortheils aber nur auf eine bestimmte Zeit gestattet. Würde nun eine Gesetzgebung bestimmen, daß die rückständigen Zinsen eines Kapitals nur bis zu fünfjährigen steigen dürften, und hätte jemand irgend ein Kapital nach 20 oder 30 Jahren unverzinslich zu zahlen, unterdessen aber die Zinsen davon zu genießen, so könnte er sie, wenn er das Kapital nicht sogleich zahlt, durch die ganze Nutznießungszeit ungestört beziehen. Wollte er aber sogleich zahlen, so dürfte er die Zinsen nur auf fünf Jahre

anrechnen, und müßte auf den Werth der ſpäter fällig werdenden Zinſen vollſtändig verzichten.

§. 20.

Wir kommen nun auf das nach der Proceßordnung §. 838. für das Großherzogthum Baden beſtehende Geſetz zurück, welches oben in §. 8. angeführt wurde.

Es behandelt die Kapitalien, deren gegenwärtiger Werth 50 fl. Zins und darüber erträgt, ganz richtig; diejenigen, für welche ſich ein kleinerer Werth ergibt, nicht. Bei dieſen verbindet es Falſches und Richtiges mit einander. Warum aber kleinere Kapitalien nach einem andern Maaßſtab als größere beurtheilen? Dieſe Frage liegt zu nahe, als daß ſie nicht ſogleich auftauchen ſollte.

Nach den hier gegebenen Erörterungen ſollte das Geſetz nur die beiden erſten Sätze umfaſſen, die ſo heißen:

„Schuldigkeiten des Gemeinſchuldners, die noch nicht verfallen ſind, werden mit Eröffnung der Gant fällig.

Es empfängt aber der Gläubiger, deſſen Zahlungsziele unverzinslich ſind, nur ſo viel an Kapital, daß ſolches ſammt den zu berechnenden Zinſen und Zwiſchenzinſen bis zum Verfalltage die Summe der ganzen noch nicht verfallenen Schuldigkeit ausmacht.“

Die weitere Beſtimmung, daß Zinſeszinſen erſt ein halbes Jahr nach dem Verfalltage des Zinſes gerechnet werden, möchte als ein Act der Billigkeit ganz füglich beibehalten werden.

Eine beſondere Schwierigkeit ergibt ſich, wenn nach dem, §. 8. angeführten, Geſetze der Werth des gegenwärtigen vorauszuzahlenden Kapitals ermittelt werden ſoll. Da nämlich das Geſetz bald nur die Rechnung mit Zinſeszinſen, bald die mit einfachen und mit Zinſeszinſen zuläßt, ſo gibt es gar keine Formel, welche jeden dem Geſetze unterliegenden Fall zum Voraus fixirt. Hievon überzeugt man ſich bald, wenn man einzelne Fälle nach dieſem Geſetze zu behandeln verſucht. Wendet man die in 1 und 2 §. 11.

aufgestellten Formeln an, welche für die Reduction der Kapitalwerthe mit einfachen und mit Zinseszinsen gelten, so wird man durch Anwendung der für Zinszins geltenden Formel auf solche Werthe geführt, von denen nur einfache Zinsen gerechnet werden sollen und worauf also die eben angewendete Formel nach dem Gesetze selbst nicht anwendbar ist. Wendet man nun, um diesem Mißstande zu entgehen, die für die Reduction der Kapitalwerthe mit einfachen Zinsen geltende Formel an, so kann man dagegen auf solche Werthe geführt werden, von denen Zinseszinsen gerechnet werden sollen, und worauf die eben angewendete Formel nach dem Gesetze selbst gleichfalls nicht anwendbar ist. Man ist sofort in einen Zirkel gerathen, aus dem man sich auf diesem Wege nicht wieder heraus finden kann.

Das Gesagte soll an einem Beispiele verdeutlicht werden. 2000 fl. sind nach $16\frac{1}{2}$ Jahren unverzinslich fällig, der jetzt vorauszuzahlende Werth soll ermittelt werden, wenn sich das Kapital zu 5 Proc. benutzen läßt.

Der Zeitraum wurde hier auf $16\frac{1}{2}$ Jahre gesetzt, um die Verzugszeit von einem halben Jahre nicht in den Calcul aufnehmen zu müssen, wodurch die Rechnung einfacher wird. Es kommt also nur ein Zeitraum von 16 Jahren in Betrachtung. Rabattirt man nun mit Zinseszinsen nach der Formel 2 §. 11., so ergibt sich der gegenwärtige Werth, wenn $K = 2000$, $p = 5$, $n = 16$ gesetzt wird. Man erhält, wenn man die 3. Tafel meiner Anleitung benutzt

$$R = \frac{2000 . 100^{16}}{105^{16}} = 2000 . 0{,}4581115 = 916{,}223 \text{ fl.}$$

Berechnet man hievon die einjährigen Zinsen (Z), so betragen sie

$$Z = 916{,}223 . \frac{5}{100} = 45{,}8111 \ldots \text{ fl.}$$

Das vorauszuzahlende Kapital gehört sofort zu der Classe, wovon die Zinsen nicht jährlich gerechnet werden

dürfen. Die vorstehende Formel ist daher in dem vorliegenden Falle nicht anwendbar.

Wendet man nun auf denselben Fall die für einfache Zinsen geltende Formel 1 §. 11. an, so hat man zur Ermittlung des gegenwärtigen Werthes die oben angegebenen Werthe für K, p und n zu setzen. Hiedurch entsteht

$$R = \frac{2000 . 100}{100 + 5 . 16} = \frac{20000}{180} = 1111\frac{1}{9} \text{ fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon betragen

$$Z = 1111,111 . \frac{5}{100} = 55,555 \ldots \text{ fl.}$$

Das vorauszuzahlende Kapital gehört sofort zu der Classe, wovon Zinseszinsen jährlich gerechnet werden müssen. Die eben angewendete Formel ist daher nicht anwendbar.

Um diesem Zirkel zu entgehen, bleibt nichts übrig, als eine Methode zur Ermittlung des Kapitalwerthes anzuwenden, die auf Tentiren und mechanischem Verfahren beruht, und die in jedem Falle benutzt werden muß, welcher auf das eben erwähnte Resultat führt. Ihre Angabe dürfte deßwegen nicht unwillkommen sein, da sie, so lange das angeführte Gesetz besteht, einerseits praktisch wichtig ist, andererseits die Schwierigkeit und Vorsicht kennen lehrt, welche man bei Auflösung der hieher gehörigen Fälle zu beachten hat.

Sie besteht darin, daß man von dem fälligen Kapitale aus- und nach der in 1 §. 11. gegebenen Formel von einem Jahre zum andern übergeht, den hieraus sich für jedes Jahr ergebenden Kapitalwerth ermittelt und dann nach dem zum Grunde gelegten Zinsfuß den zugehörigen jährlichen Zinsbetrag berechnet. Hiedurch wird sich zeigen, von wann an das fragliche Kapital der Rechnung mit Zinseszinsen unterliegt, und von wann an es mit einfachen Zinsen und Zinseszinsen auf die im Gesetze angegebene Weise berechnet werden muß.

Um nun nach dem Gesagten und nach den Bestimmungen des Gesetzes den jetzt vorauszuzahlenden Werth des

gegebenen Kapitals zu ermitteln, rabattire man 2000 fl. von Jahr zu Jahr. Geschieht dieß, so gelangt man im 14. Jahre auf folgenden Werth (s. die Tafel III. meiner Anleitung)

$$1)\ R = \frac{2000 . 100^{14}}{105^{14}} = 2000 . 0{,}505680 = 1010{,}136$$

Die jährlichen Zinsen hievon betragen

$$Z = 1010{,}136 . \frac{5}{100} = 50{,}5068 .. \text{fl.}$$

Das unter 1 gefundene Kapital unterliegt für diese Zeit noch der Rabattirung mit Zinseszins. Rabattirt man noch um ein Jahr weiter, also auf das 15. Jahr vor dem Fälligwerden des Kapitals, oder sucht man den Werth des Kapitals für das Ende des zweiten Jahres, so entsteht aus 1 §. 11.

$$R = \frac{1010{,}136 . 100}{105} = 962{,}0342 .. \text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon sind

$$Z = 962{,}034 . \frac{5}{100} = 48{,}1017$$

Diese können nicht als sogleich zinstragend angenommen werden. Man hat von nun an das Kapital als ein solches zu betrachten, dessen einjährige Zinsen so oft als zinstragend angelegt werden, als sie, zwei oder mehreremal zusammen gezählt, wenigstens 50 fl. betragen. Man darf daher sofort das Kapital nicht mehr von Jahr zu Jahr rabattiren, sondern muß immer einen Zeitraum von so vielen Jahren zusammen nehmen, daß sich die im Laufe desselben flüssig werdenden Zinsen bis zur genannten Summe erheben. In dem vorliegenden Falle erstreckt sich der Zeitraum, wie man leicht erkennt, auf zwei Jahre. Hiernach hat man die Formel 1 §. 11. so anzuwenden, daß man statt K immer das zuletzt gefundene Kapital (hier 1010,136), statt p den angegebenen Zinsfuß (hier 5) und statt n die Zahl der in diesem Zeitraum enthaltenen Jahre (hier 2) setzt. Geschieht dieß, so entsteht

$$R = \frac{1010{,}136 \cdot 100}{110} = \frac{10101{,}36}{11} = 918{,}305\,..\,\text{fl.}$$

Daß dieser Werth richtig ist, ergibt sich aus dem Rückschluß. Das gegenwärtige vorauszuzahlende Kapital trägt jährlich

$$Z = 918{,}305 \cdot \frac{5}{100} = 45{,}915 \text{ fl.}$$

Zins. Dieser Betrag soll nach dem Gesetze nicht als sogleich zinstragend angesehen werden. Nimmt man nun von diesem Kapitale den zweijährigen Zinsenbetrag, so ist derselbe 91,8305 .. fl. Diese Summe hat die erforderliche Höhe, und soll als zinstragend betrachtet werden. Schlägt man sie zum Kapital, so beträgt Kapital und Zins nach zwei Jahren zusammen $918{,}305 + 91{,}8305 = 1010{,}136\,..$ fl. Wird nun ein Kapital von 1010,136 fl. vierzehn Jahre lang auf Zinseszins bei 5 Proc. ausgelegt, so erwächst es zu 2000 fl., denn sein Werth ist nach 1 §. 17. und Tafel I. meiner Anleitung

$$S = \frac{1010{,}136 \cdot 105^{14}}{100^{14}} = 1010{,}136 \cdot 1{,}9799316 = 2000 \text{ fl.}$$

Je größer die Summen sind, um deren Werthbestimmung es sich bei eintretender Vorausbezahlung handelt, desto einfacher wird die Rechnung, denn man wird in den meisten Fällen durch Anwendung der Formel 2 §. 11. den fraglichen Werth ermitteln können. Schwieriger und zusammengesetzter wird die Rechnung, wenn es sich um die Bestimmung des gegenwärtigen Werthes kleiner, später fällig werdender Summen handelt. Es können dann oft Zeiträuume von 2, 3, 4 Jahren und mehr erfordert werden, damit die einjährigen Zinsen zu der Höhe erwachsen, um als zinstragend angesehen werden zu können. Hiebei tritt besonders der Umstand erschwerend ein, daß die Zeiträume, worin diese Anhäufung erfolgt, sich nicht gleich bleiben müssen, sondern veränderlich sein können. Blieben sich die Zeiträume gleich, so wäre die Auflösung der Frage einfacher. Man könnte sich namentlich der Formel bedienen, welche in §. 43.

meiner Anleitung entwickelt ist. Da dieß aber nicht der Fall sein muß, so kann man die, durch das vorliegende Gesetz bedingte Aufgabe in keine bestimmte Form zwingen, und muß ungeachtet aller Mühen die Schwierigkeit der Arbeit nicht scheuen. Kommt man nun in bestimmten Fällen auf die eben genannten Zeiträume, deren Perioden veränderlich sein können, so treten doch auch einzelne Erleichterungen in der Rechnung ein, denn die Perioden verändern sich nicht plötzlich, sondern allmälig und wachsen in der Regel nur um die Einheit. Um die hiebei anzuwendende Methode zu zeigen, soll folgender Fall betrachtet werden.

§. 21.

800 fl. sind nach $9\frac{1}{2}$ Jahren unverzinslich fällig. Welches ist ihr gegenwärtiger Werth, wenn das Kapital zu 4 Proc. ausgeliehen werden kann?

Man rabattire das gegebene Kapital vorerst auf ein Jahr nach 1 §. 11., in dem man $K = 800$, $p = 4$ und $n = 1$ setzt. Hiernach ist

$$R = \frac{800.100}{104} = 769{,}23076\ldots \text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon sind

$$Z = 769{,}2307.\frac{4}{100} = 30{,}7692\ldots \text{fl.}$$

Das rabattirte Kapital wirft nicht die Summe ab, um jährlich Zinszinsen anrechnen zu können. Nun schließt man aus dem Zinsenbetrag leicht auf einen zweijährigen Zeitraum. Man rabattire daher das gegebene Kapital auf zwei Jahre nach 1 §. 11. Hiedurch entsteht

$$R = \frac{800.100}{100+2.4} = \frac{80000}{108} = 740{,}740\ldots \text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen dieses Kapitals sind

$$Z = 740{,}740.\frac{4}{100} = 29{,}6296\ldots \text{fl.}$$

Der Zinsenbetrag für zwei Jahre ist daher 59,2592.. fl. und der Werth des nach dem angegebenen Gesetze rabattir-

ten Kapitals von 800 fl. ist zwei Jahre vor dem Fälligwerden 740,740 .. fl.

Hat man nun eine Zeitperiode (in dem vorliegenden Falle zwei Jahre) gefunden, so ist zu erwarten, daß sie sich einigemal wiederholt, ehe sie sich ändert. Um sich hievon zu überzeugen, rabattire man das eben erhaltene Kapital nach 1 §. 11. wieder auf zwei Jahre. Hiedurch entsteht

$$R = \frac{740{,}740 \,.\, 100}{200 + 2 \,.\, 4} = \frac{74074{,}074}{108} = 685{,}8710 \,..\, \text{fl.}$$

Hievon ist der einjährige Zins

$$Z = 685{,}871 \,.\, \frac{4}{100} = 27{,}4348 \,..\, \text{fl.}$$

Der zweijährige ist 54,8696 .., fl. und erhebt sich zu der gesetzlichen Summe. Der Werth des Kapitals ist daher vier Jahre vor der Verfallzeit 685,8710 .. fl. Nun rabattire man das zuletzt erhaltene Kapital gleichfalls auf zwei Jahre. Es entsteht

$$R = \frac{685{,}87105 \,.\, 100}{108} = 625{,}0657 \ldots \text{fl.}$$

Hievon ist der einjährige Zinsbetrag

$$Z = 635{,}0657 \,.\, \frac{4}{100} = 25{,}40263 \,.. \text{ fl.}$$

Der zweijährige ist 50,80526 .. fl, und erreicht die gesetzliche Höhe. Der Werth des Kapitals von 800 fl. ist daher sechs Jahre vor der Verfallzeit 635,0675 .. fl. Von nun an wird, wie man leicht erkennt, die Periode dreijährig. Rabattirt man nun das zuletzt gefundene Kapital auf drei Jahre, so hat man $K = 635{,}0657$, $n = 3$ und $p = 4$ in 2 §. 11. zu setzen. Hiernach ist

$$R = \frac{635{,}0657 \,.\, 100}{100 + 3 \,.\, 4} = \frac{63506{,}57}{112} = 567{,}0230 \,.. \text{ fl.}$$

Hievon ist der einjährige Zinsertrag

$$Z = 568{,}0230 \,.\, \frac{4}{100} = 22{,}68092 \,.. \text{ fl.}$$

Dieser Betrag erhebt sich erst in drei Jahren zu der gesetzlichen Höhe, und der Werth des Kapitals von 800 fl.

ist, da ein halbes Jahr Aufschub in der Verfallzeit der Zinsen festgesetzt ist, $9\frac{1}{2}$ Jahre vor dem Fälligwerden 567,0230.. fl., wodurch sofort die Aufgabe gelöst ist.

Die Richtigkeit der Auflösung läßt sich dadurch erweisen, daß man von dem eben gefundenen Kapitale aus- und auf die nach $9\frac{1}{2}$, oder was dasselbe ist, nach 9 Jahren fällig werdenden Summe übergeht.

Die dreijährigen Zinsen dieses Kapitals sind bei 4 Proc. 68,0427.. fl. Werden diese mit dem Kapitale zinstragend angelegt, so ist der Werth des Kapitals sammt Zinsen nach drei Jahren

$$S_1 = 567{,}0230 + 68{,}0427\ldots = 635{,}0657\ldots \text{ fl.}$$

Nimmt man die einjährigen Zinsen hievon (25,4026..) doppelt und legt sie mit dem Kapitale zinstragend an, so ist der Werth des Kapitals nach fünf Jahren

$$S_2 = 635{,}0657\ldots + 50{,}80526\ldots = 685{,}87105\ldots \text{ fl.}$$

Nimmt man die einjährigen Zinsen hievon (27,43484..) und legt sie mit dem Kapitale zinstragend an, so erwächst das ursprüngliche Kapital mit Zinsen nach sieben Jahren zu

$$S_3 = 685{,}871056\ldots + 54{,}86968\ldots = 740{,}740\ldots \text{ fl.}$$

Nimmt man die einjährigen Zinsen hievon (29,62962..) doppelt und legt sie dem Kapitale zu, so ergibt sich der Werth des Kapitals nach neun Jahren

$$S_4 = 740{,}740740\ldots + 59{,}25925\ldots = 799{,}9999\ldots \text{ fl.}$$

Hienach erhält man nach der durch das Gesetz bestimmten Weise das auf die angegebene Zeit fällige Kapital mit 800 fl. Der Schuldner hat daher 567,023.. fl. sogleich, statt 800 fl., welche nach $9\frac{1}{2}$ Jahren unverzinslich fällig sind, zu zahlen.

Wollte man die Rabattirung des so gefundenen Kapitals weiter fortsetzen, so müßte man die Periode von drei Jahren einigemal beibehalten. Hiernach ist der Werth des Kapitals zwölf Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{567{,}0230 \cdot 100}{112} = 506{,}27056\ldots \text{ fl.}$$

Es ist funfzehn Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{506{,}27056 \cdot 100}{112} = 452{,}0272 \ldots \text{ fl.}$$

Von jetzt an wird die Periode vierjährig, und der Werth des Kapitals ist neunzehn Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{452{,}0272 \cdot 100}{100 + 4.4} = \frac{45202{,}72}{116} = 389{,}678$$

u. s. w. Von der Richtigkeit dieser Resultate überzeugt man sich leicht, denn die einjährigen Zinsen von 506,270 .. fl. betragen 20,2508; die von 452,027 . . fl. betragen 18,081 .. fl. Beide erreichen nach drei Jahren die gesetzliche Höhe. Die einjährigen Zinsen von 389,678 . . . fl. betragen 15,5871 . . . fl. Sie erreichen erst nach vier Jahren die gesetzliche Höhe.

Vergleicht man nun mit den gefundenen Resultaten den Werth, welchen ein Kapital hat, wenn es nach der Hoffmann'schen und Leibnitz'schen Methode rabattirt wird, so ist der gegenwärtige Werth eines nach neunzehn Jahren fälligen Kapitals nach der Hoffmann'schen Methode 1 §. 11.

$$R = \frac{800 \cdot 100}{190 + 4.19} = \frac{80000}{176} = 454{,}4545 \ldots \text{ fl.}$$

Nach der Zinszinsmethode

$$R = \frac{800 \cdot 100^{19}}{104^{19}} = 800 \cdot 0{,}4746424 = 379{,}713 \text{ fl.}$$

So viele Mühe und Arbeit die Rechnung auch macht, wenn der gegenwärtige Werth eines später fälligen Kapitals auf die durch das Gesetz vorgeschriebene Methode ermittelt werden soll, so gehört der vorliegende Fall doch noch zu den einfachen und wenig verwickelten. Dieß wird immer eintreffen, wenn die Verfallzeit einen solchen Zeitraum einschließt, daß das Schlußjahr mit dem Endpunkte einer Periode zusammenfällt. Geschieht dieß aber nicht, so wird die Rechnung viel verwickelter. Dann wird oft ein Versuch nicht genügen, und es können mehrere nöthig werden, um den richtigen Werth zu ermitteln, von denen jeder die Ausführung der hier angegebenen Geschäfte verlangt. Um dieß zu zeigen, soll der

so eben betrachtete Fall mit einer unbedeutenden Abänderung der Verfallzeit wiederholt betrachtet werden.

800 fl. sind nach $11\frac{1}{2}$ Jahren unverzinslich fällig. Welches ist ihr gegenwärtiger Werth, wenn das Kapital zu 4 Proc. ausgeliehen werden kann?

Soll nun derselbe ermittelt werden, so muß die ganze Schlußreihe, wie sie eben gemacht wurde, wieder gemacht werden. Dadurch gelangt man auf Perioden, von denen eine mit dem zwölften Jahre schließt. Nun fällt das Schlußjahr der Periode (zwölfte) mit dem gegebenen Jahr (eilften) nicht zusammen. Man kennt daher auch den gesuchten gegenwärtigen Werth noch nicht, Um ihn zu finden, hat man von der Gegenwart auszugehen und den Zeitraum, welcher zwischen ihr und der Verfallzeit (eilf Jahre) liegt, in solche Perioden zu zerlegen, welche der Forderung entsprechen können und für jede die Schlußreihe auf die vorhin angegebene Weise zu durchlaufen. Dadurch wird man endlich erkennen, welches die richtige ist.

Die Perioden, in welche der gegebene Zeitraum von eilf Jahren zerlegt werden kann, sind 3, 3, 2, 2, 1 oder 3, 2, 2, 2, 2 Jahre. Auf beide Arten wird der Aufgabe entsprochen. Wir durchlaufen nun die erste Art des Periodenganges und rabattiren sofort nach der Formel 1 §. 11. das Kapital 800 durch die angegebenen Perioden.

Der Werth des Kapitals ist ein Jahr vor der Verfallzeit

$$R = \frac{800.100}{104} = 769{,}230769\,..\,\text{fl.}$$

Wird das eben gefundene Kapital auf zwei Jahre rabattirt, so entsteht

$$R = \frac{769{,}2307.100}{100+2.4} = \frac{76923{,}076}{108} = 712{,}250712\,...\,\text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen betragen 28,49002 .. fl. Die zweijährigen 56,980056 .. fl. und haben die gesetzliche Höhe. Die zuletzt angegebene Summe ist daher der Werth des Kapitals drei Jahre vor der Verfallzeit. Wird das eben

gefundene Kapital auf zwei Jahre rabattirt, so ist der Werth des Kapitals fünf Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{712{,}250712\,..\,100}{108} = 659{,}49140\,...\,\text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon sind 26,3796 ... fl., die zweijährigen 52,75931 .. fl. und haben die erforderliche Höhe. Rabattirt man nun das eben gefundene Kapital auf drei Jahre, so ist der Werth des Kapitals acht Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{659{,}4914\,..\,100}{100+3.4} = \frac{65949{,}14}{112} = 588{,}31607\,..\,\text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon sind 23,5532 .. fl., die dreijährigen 70,659 .. fl. Sie erreichen die gesetzliche Höhe. Rabattirt man nun das eben gefundene Kapital auf drei Jahre, so ist der Werth des Kapitals eilf Jahre vor der Verfallzeit

$$R = \frac{588{,}8316\,..\,100}{112} = 525{,}7425\,..\,\text{fl.}$$

Die einjährigen Zinsen hievon sind 21,0279 .. fl., die dreijährigen 63,0891 .. fl. Sie erheben sich zur erforderlichen Summe. Hiernach ist der gegenwärtige Werth des nach eilf und einem halben Jahre fälligen Kapitals von 800 fl. den gesetzlichen Bestimmungen zufolge 525,7425 .. fl.

Nun wäre noch die zweite oben angegebene Periodenreihe von 2, 2, 2, 2, 3 Jahren durch Rabattirung zu durchlaufen, um zu sehen, ob sie auf einen zulaßbaren Werth führt oder nicht. Dieser Mühe ist man aber dadurch enthoben, weil sich schon oben gezeigt hat, daß die zweijährige Periode nur dreimal vorkommen und daher der vorstehende Periodengang nicht angewendet werden kann.

Man sieht, wie verwickelt und zusammengesetzt die Methode und wie mühevoll die Rechnung ist, welche die Anwendung des im Großherzogthum Baden gültigen Gesetzes verlangt.

Die in diesem und dem vorigen Paragraphen mitgetheilten Erörterungen werden daher gerechtfertigt seyn, denn

sie geben die Methode an, wie man sich im vorkommenden Falle zu benehmen hat, um dem bestehenden Gesetze zu genügen. Besser wäre es allerdings, wenn das Gesetz weniger zusammengesetzt wäre, und sich auf die Zinszinsmethode beschränkte, welche sich nach der hier vorliegenden Untersuchung, der Hoffmann'schen gegenüber, als die einzig richtige herausstellt und welche theilweise schon im Gesetze angenommen ist.

Schließlich ist zu bemerken, daß bei den hier nöthig werdenden Rechnungen die meiner Anleitung beigegebenen Tafeln viele Erleichterungen gewähren werden.

II.

Ueber die actio quod iussu.

Von

Herrn Dr. **Schmid**,
Professor der Rechte an der Universität zu Bern.

Schon seit der Zeit der Glossatoren haben abweichende Meinungen darüber bestanden, unter welchen Voraussetzungen die actio quod iussu zulässig sei. Wir wissen, daß diese von den Prätoren eingeführte Klage zu den sogenannten actiones adiectitiae qualitatis gehört und daß sie dem Gläubiger eines Haussohnes gegen den Vater desselben gegeben wird, wenn das Geschäft, aus welchem die Forderung entsprang, auf Befehl (iussu) des Vaters abgeschlossen war; streitig ist aber

1) an wen der iussus gerichtet sein mußte, ob an den Sohn oder an den Contrahenten desselben;
2) ob das Geschäft eine Angelegenheit des Vaters oder des Sohnes betreffen mußte, und
3) ob die Klage heutiges Tags noch anwendbar sei.